casa do concurseiro

sinta-se em casa para estudar conosco

CAIXA

MATEMÁTICA FINANCEIRA

AUTORIA: Prof Edgar Abreu

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA EDITAL 2010 DA CEF

1. Funções exponenciais e logarítmicas.
2. Noções de probabilidade e estatística. Juros simples e compostos: capitalização e descontos.
3. Taxas de juros: nominal, efetiva, equivalentes, proporcionais, real e aparente.
4. Rendas uniformes e variáveis.
5. Planos ou Sistemas de Amortização de Empréstimos e Financiamentos.
6. Cálculo financeiro: custo real efetivo de operações de
7. financiamento, empréstimo e investimento.
8. Avaliação de Alternativas de Investimento.
9. Taxas de Retorno

PREVISÃO DE QUESTÕES: 6 de um total de 60

Sumário

MÓDULO 1. INTRODUÇÃO A MATEMÁTICA FINANCEIRA 01
MÓDULO 2. TAXAS 09
MÓDULO 3. JUROS SIMPLES E COMPOSTOS: CAPITALIZAÇÃO E DESCONTOS ...17
MÓDULO 4. RENDAS UNIFORMES 38
MÓDULO 5. SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE – SAC.....50
MÓDULO 6. ANÁLISE DE INVESTIMENTO 55
MÓDULO 7. FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOG 60
MÓDULO 8.NOÇÕES DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA.....64

QUESTÕES DE CONCURSOS COM GABARITO COMENTADO 68
GABARITO COMENTADO 82
OUTRAS QUESTÕES CESPE 106

edgarabreu@edgarabreu.com.br

MÓDULO 1. INTRODUÇÃO A MATEMÁTICA FINANCEIRA

1.1 TERMOLOGIA E CONCEITOS INICIAIS

Alguns termos e definições utilizadas no estudo da Matemática Financeira.

- **Capital:** Qualquer quantidade de dinheiro, que esteja disponível em certa data, para ser aplicado numa operação financeira.

- **Juros:** Custo do capital durante determinado período de tempo.

- **Taxa de Juros:** Unidade de medida do juro que corresponde à remuneração paga pelo uso do capital, durante um determinado período de tempo. Indica a periodicidade dos juros.

  - **Observação:** Em nosso curso usaremos a taxa unitária para que o cálculo fique simplificado, quando estivermos utilizando fórmulas para realizar os cálculos**.**

- **Montante:** Capital empregado mais o valor acumulado dos juros.

  - **Observação:** **MONTANTE = CAPITAL + JUROS** (independe se estamos falando em capitalização simples ou capitalização composta)**.**

- **Capitalização:** Operação de adição dos juros ao capital.

- **Regime de Capitalização Simples:** Os juros são calculados periodicamente sobre o capital inicial e, o montante será a soma do capital inicial com as várias parcelas de juros, o que equivale a uma única capitalização.

- **Regime de Capitalização Composta:** Incorpora ao capital não somente os juros referentes a cada período, mas também os juros sobre os juros acumulados até o momento anterior.

- **Desconto:** Desconto é o abatimento que se faz sobre um valor ou um título de crédito quando este é resgatado antes de seu vencimento. Todo título tem um ***valor nominal*** ou ***valor de face*** que é aquele correspondente à data de seu vencimento. A operação de desconto permite que se obtenha o ***valor atual*** ou ***valor presente*** do título em questão.

  - **Observação:** **VALOR ATUAL (VALOR PRESENTE) = VALOR NOMINAL (VALOR DE FACE) – DESCONTO** (independe se estamos falando em capitalização simples ou capitalização composta)**.**

edgarabreu@edgarabreu.com.br

1.2 TAXA UNITÁRIA

DEFINIÇÃO: Quando pegamos uma taxa de juros e **dividimos** o seu valor por **100**, encontramos a **taxa unitária**

A taxa unitária é importante para nos auxiliar a desenvolver todos os cálculos em matemática financeira.

Pense na expressão 20% (vinte **por cento**), ou seja, esta taxa pode ser representada por uma fração, cujo o numerador é igual a 20 e o denominador é igual a 100.

COMO FAZER

$$10\% = \frac{10}{100} = 0{,}10$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0{,}20$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$$

$$38\% = \frac{38}{100} = 0{,}38$$

$$1{,}5\% = \frac{1{,}5}{100} = 0{,}015$$

$$230\% = \frac{230}{100} = 2{,}3$$

1.2.1 AGORA É A SUA VEZ:

15%	
20%	
4,5%	
254%	
0%	
63%	
24,5%	

1.3 FATOR DE CAPITALIZAÇÃO

Vamos imaginar que certo produto sofreu um aumento de 20% sobre o seu valor inicial. Qual novo valor deste produto?

Claro que se não sabemos o valor inicial deste produto fica complicado para calcularmos, mas podemos fazer a afirmação abaixo:

O produto valia 100% sofreu um aumento de 20%, logo está valendo 120% do seu valor inicial.

Como vimos no tópico anterior (1.1 taxas unitárias), podemos calcular qual o fator que podemos utilizar para calcular o novo preço deste produto, após o acréscimo.

$$\text{Fator de Capitalização} = \frac{120}{100} = 1{,}2$$

edgarabreu@edgarabreu.com.br

O Fator de capitalização Trata-se de um número no qual devo multiplicar o meu produto para obter como resultado final o seu novo preço, acrescido do percentual de aumento que desejo utilizar.

Assim se o meu produto custava R$ 50,00, por exemplo, basta multiplicar R$ 50,00 pelo meu fator de capitalização por 1,2 para conhecer seu novo preço, neste exemplo será de R$ 60,00.

CALCULANDO O FATOR DE CAPITALIZAÇÃO: Basta somar 1 com a taxa unitária, lembre-se que 1 = 100/100 = 100%

COMO CALCULAR:

- **Acréscimo de 45%** = 100% + 45% = 145% = 145/ 100 = **1,45**
- **Acréscimo de 20%** = 100% + 20% = 120% = 120/ 100 = **1,2**

ENTENDENDO O RESULTADO:
Aumentar o preço do meu produto em 20% deve multiplicar por 1,2

Exemplo 1.3.1: um produto que custa **R$ 1.500,00** ao sofrer um **acréscimo de 20%** passará a custar 1.500 x **1,2** (fator de capitalização para 20%) = **R$ 1.800,00**

COMO FAZER:

Acréscimo de 30% = 100% + 30% = 130% = $\frac{130}{100} = 1,3$

Acréscimo de 15% = 100% + 15% = 115% = $\frac{115}{100} = 1,15$

Acréscimo de 3% = 100% + 3% = 103% = $\frac{103}{100} = 1,03$

Acréscimo de 200% = 100% + 200% = 300% = $\frac{300}{100} = 3$

1.3.1 AGORA É A SUA VEZ:

Acréscimo	Calculo	Fator
15%		
20%		
4,5%		
254%		
0%		

63%		
24,5%		
6%		

1.4 FATOR DE DESCAPITALIZAÇÃO

Vamos imaginar que certo produto sofreu um desconto de 20% sobre o seu valor inicial. Qual novo valor deste produto?

Claro que se não sabemos o valor inicial deste produto fica complicado para calcularmos, mas podemos fazer a afirmação abaixo:

O produto valia 100% sofreu um desconto de 20%, logo está valendo 80% do seu valor inicial.

Como vimos no tópico anterior (1.1 taxas unitárias), podemos calcular qual o fator que podemos utilizar para calcular o novo preço deste produto, após o acréscimo.

$$\text{Fator de Descapitalização} = \frac{80}{100} = 0,8$$

O Fator de descapitalização trata-se de um número no qual devo multiplicar o meu produto para obter como resultado final o seu novo preço, considerando o percentual de desconto que desejo utilizar.

Assim se o meu produto custava R$ 50,00, por exemplo, basta multiplicar R$ 50,00 pelo meu fator de descapitalização por 0,8 para conhecer seu novo preço, neste exemplo será de R$ 40,00.

CALCULANDO O FATOR DE DESCAPITALIZAÇÃO: Basta subtrair o valor do desconto expresso em taxa unitária de 1, lembre-se que 1 = 100/100 = 100%

COMO CALCULAR:

- **Desconto de 45%** = 100% - 45% = 65% = 65/ 100 = **0,65**
- **Desconto de 20%** = 100% - 20% = 80% = 80/ 100 = **0,8**

ENTENDENDO O RESULTADO:
Para calcularmos um desconto no preço do meu produto de 20% deve multiplicar o valor deste produto por 0,80

Exemplo 1.4.1: um produto que custa **R$ 1.500,00** ao sofrer um **desconto de 20%** passará a custar 1.500 x **0,80** (fator de descapitalização para 20%) = **R$ 1.200,00**

COMO FAZER:

$$\text{Desconto de } 30\% = 100\% - 30\% = 70\% = \frac{70}{100} = 0,7$$

$$\text{Desconto de } 15\% = 100\% - 15\% = 85\% = \frac{85}{100} = 0,85$$

$$\text{Desconto de } 3\% = 100\% - 3\% = 97\% = \frac{97}{100} = 0,97$$

$$\text{Desconto de } 50\% = 100\% - 50\% = 50\% = \frac{50}{100} = 0,5$$

1.4.1 AGORA É A SUA VEZ:

Desconto	Calculo	Fator
15%		
20%		
4,5%		
254%		
0%		
63%		
24,5%		
6%		

1.5 ACRÉSCIMO E DESCONTO SUCESSIVO

Um tema muito comum abordado nos concursos é os acréscimos e os descontos sucessivos. Isto acontece pela facilidade que os candidatos tem em se confundir ao resolver uma questão deste tipo.

O erro cometido neste tipo de questão é básico, o de somar ou subtrair os percentuais, sendo que na verdade o candidato deveria multiplicar os fatores de capitalização e descapitalização.

Vejamos abaixo um exemplo de como é fácil se confundir se não temos estes conceitos bem definidos:

Exemplo 1.5.1:

Os bancos vem aumentando significativa as suas tarifas de manutenção de contas. Estudos mostraram um aumento médio de 30% nas tarifas bancárias no 1º semestre de 2009 e de 20% no 2° semestre de 2009. Assim podemos concluir que as tarifas bancárias tiveram em média suas tarifas aumentadas em:

a) 50%
b) 30%
c) 150%
d) 56%
e) 20%

Ao ler esta questão, muitos candidatos de deslumbram com a facilidade e quase por impulso marcam como certa a alternativa "**a**" (**a** de "apressadinho").

Ora, estamos falando de acréscimo sucessivo, vamos considerar que a tarifa média mensal de manutenção de conta no início de 2009 seja de R$ 10,00, logo teremos:

Após receber um acréscimo de 30%
10,00 x 1,3 *(ver tópico 1.3)* = 13,00

Agora vamos acrescentar mais 20% referente ao aumento dado no 2° semestre de 2009
13,00 x 1,2 *(ver tópico 1.3)* = 15,60

Ou seja, as tarifas estão 5,60 mais caras que o início do ano.
Como o valor inicial das tarifas eram de R$ 10,00, concluímos que as mesmas sofreram uma alta de **56%** e não de 50% como achávamos anteriormente.

COMO RESOLVER A QUESTÃO ACIMA DE UMA FORMA MAIS DIRETA:

Basta multiplicar os fatores de capitalização, como aprendemos no tópico 1.3

- **Fator de Capitalização para acréscimo de 30% = 1,3**
- **Fator de Capitalização para acréscimo de 20% = 1,2**

1,3 x 1,2 = 1,56
Como o produto custava inicialmente 100% e sabemos que 100% é igual a 1 (*ver módulo 1.2*)

Logo as tarifas sofreram uma alta média de: 1,56 – 1 = 0,56 = **56%**

edgarabreu@edgarabreu.com.br

COMO FAZER

Exemplo 1.5.2: Um produto sofreu em janeiro de 2009 um acréscimo de 20% dobre o seu valor, em fevereiro outro acréscimo de 40% e em março um desconto de 50%. Neste caso podemos afirmar que o valor do produto após a 3ª alteração em relação ao preço inicial é:

a) 10% maior
b) 10 % menor
c) Acréscimo superior a 5%
d) Desconto de 84%
e) Desconto de 16%

Resolução:
Aumento de 20% = 1,2
Aumento de 40% = 1,4
Desconto de 50% = 0,5

Assim: 1,2 x 1,4 x 0,5 = **0,84** (valor final do produto)
Como o valor inicial do produto era de 100% e 100% = 1, temos:
1 – 0,84 = **0,16**
Conclui-se então que este produto sofreu um desconto de **16%** sobre o seu valor inicial. (Alternativa E)

Exemplo 1.5.3 O professor Ed perdeu 20% do seu peso de tanto "trabalhar" na véspera da prova do concurso público da CEF, após este susto, começou a se alimentar melhor e acabou aumentando em 25% do seu peso no primeiro mês e mais 25% no segundo mês. Preocupado com o excesso de peso, começou a fazer um regime e praticar esporte e conseguiu perder 20% do seu peso. Assim o peso do professor Ed em relação ao peso que tinha no início é:

a) 8% maior
b) 10% maior
c) 12% maior
d) 10% menor
e) Exatamente igual

Resolução:
Perda de 20% = 0,8
Aumento de 25% = 1,25
Aumento de 25% = 1,25
Perda de 20% = 0,8

Assim: 0,8 x 1,25 x 1,25 x 0,8 = **1**
Conclui-se então que o professor possui **o mesmo** peso que tinha no início. (**Alternativa E)**

---

edgarabreu@edgarabreu.com.br

AGORA É SUA VEZ

QUESTÃO 1.5.1 (VUNESP) - O mercado total de um determinado produto, em número de unidades vendidas, é dividido por apenas duas empresas, D e G, sendo que em 2003 a empresa D teve 80% de participação nesse mercado. Em 2004, o número de unidades vendidas pela empresa D foi 20% maior que em 2003, enquanto na empresa G esse aumento foi de 40%. Assim, pode-se afirmar que em 2004 o mercado total desse produto cresceu, em relação a 2003,
(A) 24 %.
(B) 28 %.
(C) 30 %.
(D) 32 %.
(E) 60 %.

QUESTÃO 1.5.2 (VUNESP) Ana e Lúcia são vendedoras em uma grande loja. Em maio elas tiveram exatamente o mesmo volume de vendas. Em junho, Ana conseguiu aumentar em 20% suas vendas, em relação a maio, e Lúcia, por sua vez, teve um ótimo resultado, conseguindo superar em 25% as vendas de Ana, em junho. Portanto, de maio para junho o volume de vendas de Lúcia teve um crescimento de:
(A) 35%.
(B) 45%.
(C) 50%.
(D) 60%.
(E) 65%.

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
1.5.1	24% (Alternativa A)
1.5.2	50% (Alternativa C)

edgarabreu@edgarabreu.com.br

MÓDULO 2. TAXAS

2.1 TAXA PROPORCIONAL

Calculada em regime de **capitalização SIMPLES**: Resolve-se apenas multiplicando ou dividindo a taxa de juros:

Exemplo 2.1: Qual a taxa de juros anual proporcional a taxa de 2% ao mês?
Resposta: Se temos uma taxa ao mês e procuramos uma taxa ao ano, basta multiplicarmos essa taxa por 12, já que um ano possuir 12 meses.
Logo a taxa proporcional é de 2% x 12 = 24% ao ano.

Exemplo 2.2: Qual a taxa de juros bimestral proporcional a 15% ao semestre?
Resposta: Neste caso temos uma taxa ao semestre e queremos transformá-la em taxa bimestral. Note que agora essa taxa vai diminuir e não aumentar, o que faz com que tenhamos que dividir essa taxa ao invés de multiplicá-la, dividir por 3, já que um semestre possui 3 bimestres.
Assim a taxa procurada é de $\frac{15\%}{3} = 5\%$ ao bimestre.

COMO FAZER

TAXA	TAXA PROPORCIONAL
25% a.m (ao mês)	300% a.a (ao ano)
15% a.tri (ao trimestre)	5% a.m
60% a. sem (ao semestre)	40% ao. Quad. (quadrimestre)
25% a.bim (ao bimestre)	150% (ao ano)

AGORA É A SUA VEZ

QUESTÕES	TAXA	TAXA PROPORCIONAL
2.1.1	50% a.bim	_____a.ano
2.1.2	6% a.mês	_____a.quad.
2.1.3	12% a.ano	_____ a.Trim.
2.1.4	20% a. quadri	_____a.Trim

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
2.1.1	300%
2.1.2	24%
2.1.3	3%
2.1.4	15%

2.2 TAXA EQUIVALENTE

Calculada em regime de **capitalização COMPOSTA.** Para efetuar o calculo de taxas equivalentes é necessário utilizar uma fórmula.

Para facilitar o nosso estudo iremos utilizar a idéia de capitalização de taxas de juros de uma forma simplificada e mais direta.

Exemplo 2.2.1: Qual a taxa de juros ao bimestre equivalente a taxa de 10% ao mês?

1º passo: Transformar a taxa de juros em unitária e somar **1** (100%). Assim:
1 + 0,10 = 1,10

2º passo: elevar esta taxa ao período de capitalização. Neste caso **2,** pois **um bimestre** possui **dois meses.**
$(1,10)^2$ = **1,21**

3º passo: Identificar a taxa correspondente.
1,21 = **21%**

Exemplo 2.2.2: Qual a taxa de juros ao semestre equivalente a taxa de 20% ao bimestre?

1º passo: Transformar a taxa de juros em unitária e somar **1** (100%). Assim:
1 + 0,20 = 1,20

2º passo: elevar esta taxa ao período de capitalização. Neste caso 3**,** pois **um semestre** possui **três bimestres.**
$(1,20)^3$ = **1,728**

3º passo: Identificar a taxa correspondente.
1,728 = **72,8%**

edgarabreu@edgarabreu.com.br

COMO FAZER

10% a.m **equivale a:**	
Ao Bimestre	$(1,1)^2 = 1,21 =$ **21%**
Ao Trimestre	$(1,1)^3 = 1,331 =$ **33,10%**

20% a.bim **equivale a:**	
Ao Quadrimestre	$(1,2)^2 = 1,44 =$ **44%**
Ao Semestre	$(1,2)^3 = 1,728 =$ **72,8%**

AGORA É A SUA VEZ

QUESTÃO 2.2.1
21% a.sem. **equivale a:**
Ao Ano
Ao Trimestre

QUESTÃO 2.2.2
30% a.mês. **equivale a:**
Ao Bimestre
Ao Trimestre

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
2.2.1	46,41% ao ano e 10% ao trimestre
2.2.2	69% ao bimestre e 119,7% ao trimestre

2.3 TAXA BRUTA *X* TAXA LIQUIDA

Essas taxas são muito especuladas em aplicações financeiras. A grande diferença entre as duas é que **na taxa bruta estão inclusos tributações e encargos**, e a **liquida está livre desses descontos**. Por este motivo muitas vezes necessitamos da taxa liquida para podermos comparar aplicações financeiras distintas

Exemplo 2.3.1:
Supondo que você aplicação em um fundo de investimento que lhe proporcionou um retorno de 0,90% em um mês qual foi o seu ganho liquido se considerarmos que lhe foi cobrado 20% sobre o ganho a título de imposto de renda?

Taxa Bruta: 0,90%
Imposto de renda: 20%
Taxa Liquida: Taxa Bruta - Imposto
OBS: Muito cuidado, descontar o imposto não é subtrair.

Calculando a taxa liquida:
0,90 x 0,80 (fator de descapitalização, ver tópico 1.4) = **0,72%**

Logo a taxa liquida do investidor foi de **0,72%**

COMO FAZER

CALCULAR A TAXA LIQUIDA	
TAXA BRUTA	2%
IMPOSTO	30%
TAXA LIQUIDA	2% x 0,70 = **1,4%**

CALCULAR A TAXA LIQUIDA	
TAXA BRUTA	5%
IMPOSTO	20%
TAXA LIQUIDA	5% x 0,80 = **4%**

AGORA É A SUA VEZ

QUESTÃO 2.3.1	
TAXA BRUTA	10%
IMPOSTO	25%
TAXA LIQUIDA	

QUESTÃO 2.3.2	
TAXA BRUTA	15%
IMPOSTO	20%
TAXA LIQUIDA	

QUESTÃO 2.3.3	
TAXA BRUTA	20%
IMPOSTO	15%
TAXA LIQUIDA	

QUESTÃO 2.3.4	
TAXA BRUTA	8%
IMPOSTO	30%
TAXA LIQUIDA	

GABARITO	
QUESTÃO	RESPOSTA
2.3.1	7,5%
2.3.2	12%
2.3.3	17%
2.3.4	5,6%

2.4 TAXA REAL *X* TAXA APARENTE

Quando temos um aumento em nosso salário, este aumento é apenas um aumento *aparente*. Do que adianta você ganhar 5% a mais de salário se os preços dos alimentos, vestuário, educação, transporte tudo aumentou. Será que na *realidade* você está recebendo 5% a mais.

O calculo da taxa real tem como objetivo descontar a inflação deste ganho aparente

Em uma aplicação financeira, percebemos apenas o aumento ***aparente***. Para calcular a verdadeira rentabilidade é necessário calcularmos a **taxa real.**

Exemplo 2.4.1: Uma Fundo de Investimento teve no ano de 2009 um rendimento aparente de 20%. Qual será o seu ganho real se considerarmos que neste mesmo período a Inflação acumulada foi de 10%?

O candidato apressadinho irá responder sem pensar muito, 10% de ganho real, porém para descobrirmos o ganho real, devemos descontar a inflação do ganho aparente e não subtrair. Para isso devemos utilizar o conceito da fórmula de *Fisher*.

Abaixo vamos ver uma maneira simplificada de resolver esta questão sem a utilização de fórmula. Apenas sabendo que devemos **dividir a taxa aparente pela inflação para encontrar a taxa real**.

1º Passo: Identificar os dados:
Taxa aparente (rentabilidade observada): 20%
Inflação: 10%

2º Passo: Calcular a taxa real, apenas dividindo a taxa aparente pela Inflação. Para efetuar esta divisão é necessário somar 1 (100%) em ambas as taxas, ao final iremos descontar este valor:

$$\frac{(1+\text{taxa aparente})}{(1+\text{inflação})}=\frac{(1+0,2)}{(1+0,10)}=\frac{1,2}{1,1}=1,0909=$$

$$1,0909-1(\text{representa}\,100\%)=0,0909=9,09\%$$

COMO FAZER

Exemplo 2.4.2: Uma ação teve no ano de 2005 um rendimento aparente acumulado de 80%. Qual será o seu ganho real se considerarmos que neste mesmo período a Inflação acumulada foi de 20%?

1º Passo: Identificar os dados:
Taxa aparente (rentabilidade observada): 80%
Inflação: 20%

2º Passo: Calcular a taxa real, apenas dividindo a taxa aparente pela correção:

$$\frac{(1+\text{taxa aparente})}{(1+\text{inflação})}=\frac{(1+0,8)}{(1+0,20)}=\frac{1,8}{1,2}=1,5=$$

$$1,5-1(\text{representa}\,100\%)=0,5=50\%$$

AGORA É A SUA VEZ:

QUESTÃO 2.4.1: Uma ação teve no ano de 2005 um rendimento aparente acumulado de 50%. Qual será o seu ganho real se considerarmos que neste mesmo período a Inflação acumulada foi de 20%?

QUESTÃO 2.4.2: Uma ação teve no ano de 2006 um rendimento aparente acumulado de 40%. Qual será o seu ganho real se considerarmos que em 2006 a inflação do periodo foi de 60%?

GABARITO	
QUESTÃO	RESPOSTA
2.4.1	25%
2.4.2	- 12,5%

2.5 TAXA NOMINAL *X* TAXA EFETIVA

TAXA NOMINAL

Sempre que lhe for fornecido uma taxa cujo **prazo difere da capitalização**, estamos diante de uma taxa **nominal**. A taxa nominal é uma prática utilizada pelas instituições financeira, comércios, a fim de tornar os juros mais atraentes, mas fique atento, ela não representa a taxa realmente cobrada.

Exemplos de taxas nominais:

- ✓ 24% ao ano/mês (lê-se vinte e quatro por cento ao ano com capitalização mensal)
- ✓ 3% ao mês/bimestrais;
- ✓ 1,5% ao dia/semestral;

TAXA EFETIVA

Representa a verdadeira taxa cobrada. É quando o prazo é igual a capitalização.

Exemplos de taxas efetivas:

- ✓ 24% ao ano/ano (lê-se vinte e quatro por cento ao ano com capitalização anual)
- ✓ 3% ao mês/mensal;
- ✓ 1,5% ao dia/diária

Podemos abreviar as taxas efetivas, omitindo a sua capitalização, já que por definição uma taxa efetiva possui a capitalização igual ao prazo.

Exemplos de taxas efetivas:

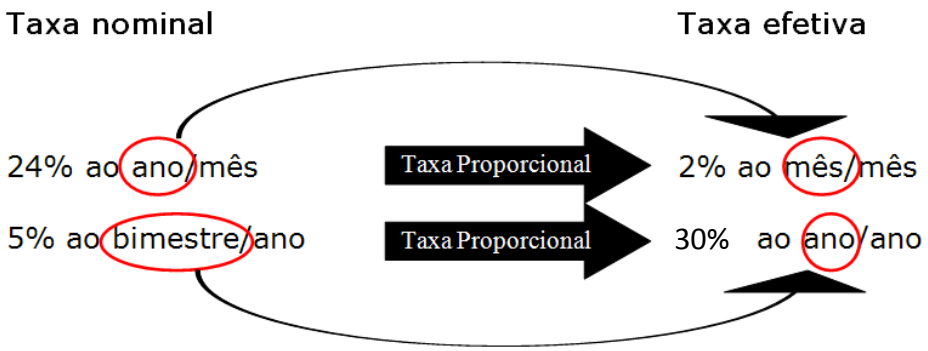
- ✓ 24% ao ano (lê-se vinte e quatro por cento ao ano)
- ✓ 3% ao mês

- ✓ 1,5% ao dia

TAXA NOMINAL X TAXA EFETIVA

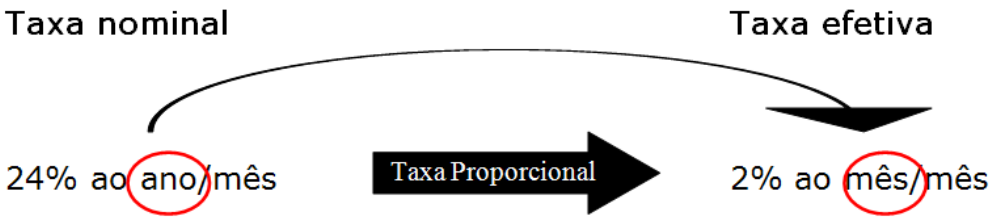
A única utilidade da taxa nominal é fornecer a taxa efetiva através de um calculo de **taxa proporcional (ver tópico 2.1).**

Exemplo 2.5.1



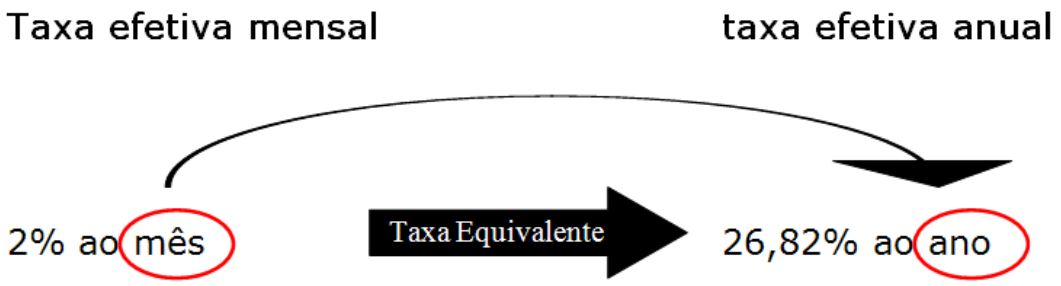
OBS: Taxas cuja a capitalização e o prazo são iguais são chamadas de taxas efetivas e podem ser abreviadas da seguinte maneira:
2% ao mês/mês = 2% ao mês
15% ao ano/ano = 15% ao ano

Retomando a situação mencionada anteriormente onde o vendedor afirma que cobra uma taxa de juros de 24% ao ano/mês, vamos tentar descobrir qual é a taxa **efetiva anual**.



Encontramos a taxa efetiva mensal que é de 2% ao mês.

Agora para transformar uma taxa **efetiva mensal** em uma taxa **efetiva anual** devemos fazer o calculo de **taxas equivalente (*ver tópico 2.2*)**, uma vez que a capitalização utilizada é composta.



Exemplo 2.5.2 : Qual a taxa efetiva ao quadrimestre correspondente a taxa nominal de 20% ao mês com capitalização bimestral?

1º passo: Identificar a taxa Nominal:

20% a.m / a.bim

2º passo: Transformar a taxa nominal em uma taxa efetiva, alterando APENAS o PRAZO, mantendo a mesma capitalização. Para esta transformação utilizar o conceito de **TAXA PROPORCIONAL.**

20% a.m / a.bim = 40% a.bim / a. bim

OBS: podemos chamar esta taxa de juros de apenas 40% a.bim.

3º Passo: Transformar a taxa efetiva obtida na taxa efetiva solicitada pelo exercício, neste caso ao quadrimestre, utilizando-se dos conceitos de **TAXA EQUIVALENTE**.

40 % a. bim = $(1,4)^2$ = 1,96

4º Passo: identificar a taxa de juros:

1,96 = 1,96 – 1 = 0,96 = **96% ao Quadrimestre**

COMO FAZER

Exemplo 2.5.3: Qual a taxa efetiva ao ano correspondente a taxa nominal de 10% ao trimestre com capitalização semestral?

10% a.tri/a.sem = **20% a.sem**/a.sem (Taxa Proporcional)
20% a.sem = $(1,2)^2$ = 1,44 = **44% a.a** (Taxa equivalente)

OBS: O expoente é igual a dois pelo fato de um ano possuir dois semestres.

Exemplo 2.5.4: Qual a taxa efetiva ao quadrimestre correspondente a taxa nominal de 180% ao semestre com capitalização bimestral?

180% a.sem/a.bim = **60% a.bim**/a.bim (Taxa Proporcional)

30% a.bim = $(1,6)^2$ = 2,56 = **156% a.quad** (Taxa equivalente)

OBS: O expoente é igual a dois pelo fato de um quadrimestre possuir dois bimestres.

AGORA É A SUA VEZ:

QUESTÃO 2.5.1 Qual a taxa efetiva ao ano correspondente a taxa nominal de 5% ao mes com capitalização semestral?

QUESTÃO 2.5.2 Qual a taxa efetiva ao trimestre correspondente a taxa nominal de 240% ao trimestre com capitalização mensal?

QUESTÃO 2.5.3 Qual a taxa efetiva ao semestre correspondente a taxa nominal de 20% ao mês com capitalização bimestral?

‘

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
2.5.1	10,25%
2.5.2	483,20%
2.5.3	72,8%

MÓDULO 3. JUROS SIMPLES E COMPOSTOS: CAPITALIZAÇÃO E DESCONTOS

3.1 CAPITALIZAÇÃO SIMPLES X CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

Como vimos no tópico 1.1 a definição de capitalização é uma operação de adição dos juros ao capital.
Bom, vamos adicionar estes juros ao capital de dias maneira, uma maneira simples e outra composta e depois compararmos.

Vamos analisar o exemplo abaixo:
Exemplo 3.1.1 José realizou um empréstimo de antecipação de seu 13° salário no Banco do Brasil no valor de R$ 100,00 reais, a uma taxa de juros de 10% ao mês. Qual o valor pago por José se ele quitou o empréstimo após 5 meses, quando recebeu seu 13°?
Valor dos juros que este empréstimo de José gerou em cada mês.

Em juros simples, os juros são cobrados sobre o valor do empréstimo (capital)

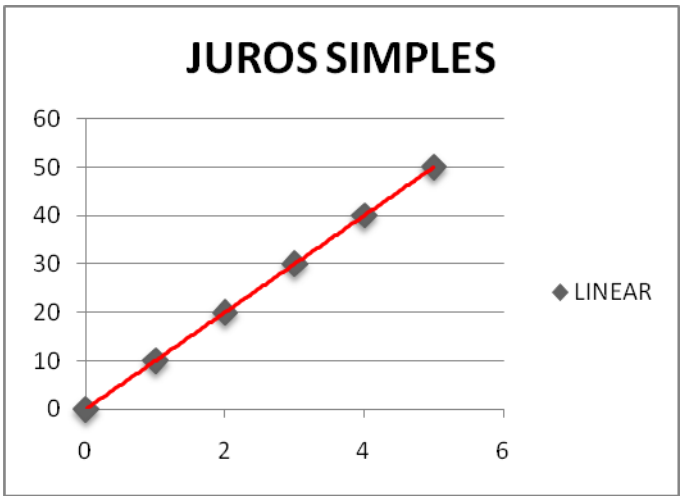
CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA		
MÊS	**JUROS COBRADO**	**SALDO DEVEDOR**
1º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 100,00 + R$ 10,00 **= R$ 110,00**
2º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 110,00 + R$ 10,00 **= R$ 120,00**
3º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 120,00 + R$ 10,00 **= R$ 130,00**
4º	10% de R$ 100,10 = **R$ 10,00**	R$ 130,00 + R$ 10,00 **= R$ 140,00**
5º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 140,00 + R$ 10,00 **= R$ 150,00**

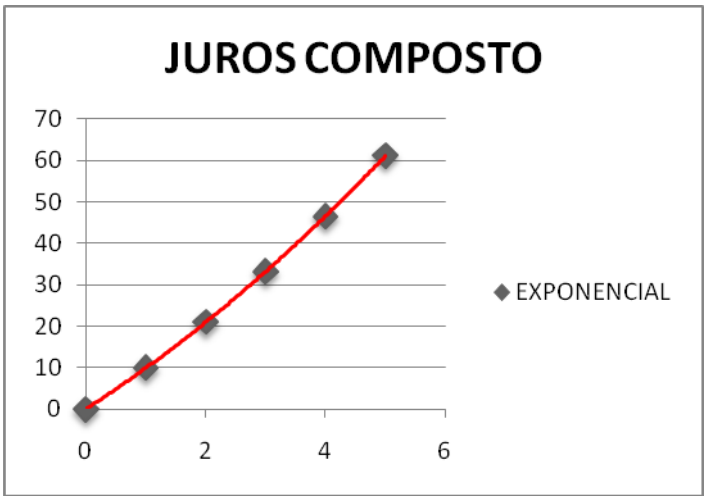
Em juros composto, os juros são cobrados sobre o saldo devedor (capital+ juros do período anterior)

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA		
MÊS	**JUROS COBRADO**	**SALDO DEVEDOR**
1º	10% de R$ 100,00 = **R$ 10,00**	R$ 100,00 + R$ 10,00 **= R$ 110,00**
2º	10% de R$ 110,00 = **R$ 11,00**	R$ 110,00 + R$ 11,00 **= R$ 121,00**
3º	10% de R$ 121,00 = **R$ 12,10**	R$ 121,00 + R$ 12,10 **= R$ 133,10**
4º	10% de R$ 133,10 = **R$ 13,31**	R$ 133,10 + R$ 13,31 **= R$ 146,41**
5º	10% de R$ 146,41 **= R$ 14,64**	R$ 146,41 + R$ 14,64 **= R$ 161,05**

Assim notamos que o Sr. josé terá que pagar após 5 meses R$ 150,00 se o banco cobrar juros simples ou R$ 161,05 se o banco cobrar juros compostos.

GARÁFICO DO EXEMPLO 3.1.1





Note que o crescimento dos juros composto é mais rápido que os juros simples.

3.2 JUROS SIMPLES

FÓRMULAS:

CALCULO DOS JUROS	CALCULO DO MONTANTE
$J = C \times i \times t$	$M = C \times (1 + i \times t)$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Montante** é igual ao **Capital + Juros**

Onde:
J = Juros
M = Montante
C = Capital (Valor Presente)
i = Taxa de juros;
t = Prazo.

A maioria das questões relacionadas a juros simples podem ser resolvidas sem a necessidade de utilizar fórmula matemática.

edgarabreu@edgarabreu.com.br

APLICANDO A FÓRMULA

Vamos ver um exemplo bem simples aplicando a fórmula para encontrarmos a solução

Exemplo 3.2.1 Considere um empréstimo, a juros simples, no valor de R$ 100 mil, prazo de 3 meses e taxa de 2% ao mês. Qual o valor dos juros?

Dados do problema:
C = 100.000,00
t = 3 meses
i = 2% ao mês
OBS: Cuide para ver se a taxa e o mês estão em menção período. Neste exemplo não tem problema para resolver, já que tanto a taxa quanto ao prazo foram expressos em meses.

J = C x i x t
J = 100.000 x 0,02 (*taxa unitária*) x 3
J = 6.000,00

Resposta: Os juros cobrado será de R$ 6.000,00

RESOLVENDO SEM A UTILIZAÇÃO DE FÓRMULAS:

Vamos resolver o mesmo exemplo 3.2.1, mas agora sem utilizar fórmula, apenas o conceito de taxa de juros proporcional.

Resolução:
Sabemos que 6% ao trimestre é proporcional a 2% ao mês (***ver tópico 2.1***)
Logo os juros pagos será de 6% de 100.000,00 = 6.000,00

PROBLEMAS COM A RELAÇÃO *PRAZO X TAXA*

Agora veremos um exemplo onde a taxa e o prazo não são dados em uma mesma unidade, necessitando assim transformar um deles para dar continuidade a resolução da questão.

Sempre que houver uma divergência de unidade entre taxa e prazo é melhor alterar o prazo do que mudar a taxa de juros. Para uma questão de juros simples, esta escolha é indiferente, porém caso o candidato se acostume a alterar a taxa de juros, irá encontrar dificuldades para responder as questões de juros compostos, pois estas as alterações de taxa de juros não são simples, proporcional, e sim equivalentes.

Exemplo 3.2.2 Considere um empréstimo, a juros simples, no valor de R$ 100 mil, prazo de 3 meses e taxa de 12% ao ano. Qual o valor dos juros?

Dados:
C = 100.000,00
t = 3 meses
i = 12% ao ano

Vamos adaptar o prazo em relação a taxa. Como a taxa está expressa ao ano, vamos transformar o prazo em ano. Assim teremos:
C = 100.000,00
t = 3 meses = $\frac{3}{12}$
i = 12% ao ano

Agora sim podemos aplicar a fórmula
J = C x i x t
J = 100.000 x 0,12 x $\frac{3}{12}$
J = 3.000,00

ENCONTRANDO A TAXA DE JUROS

Vamos ver como encontrar a taxa de juros de uma maneira mais prática. Primeiramente vamos resolver pelo método tradicional, depois faremos mais direto.

Exemplo 3.2.3 Considere um empréstimo, a juros simples, no valor de R$ 100 mil, sabendo que o valor do montante acumulado em após 1 semestre foi de 118.000,00. Qual a taxa de juros mensal cobrada pelo banco.

Como o exemplo pede a taxa de juros ao mês, é necessário transformar o prazo em mês. Neste caso 1 semestre corresponde a 6 meses, assim:

Dados:
C = 100.000,00
t = 6 meses
M = 118.000,00
J = 18.000,00 (Lembre-se que os juros é a diferença entre o Montante e o Capital)

Aplicando a fórmula teremos:

$$18.000 = 100.000 \times 6 \times i$$

$$i = \frac{18.000}{100.000 \times 6} = \frac{18.000}{600.000} = 0,03$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$

Agora vamos resolver esta questão sem a utilização de fórmula, de uma maneira bem simples.

Para saber o valor dos juros acumulados no período, basta dividirmos o montante pelo capital:

$$\text{juros acumulado} = \frac{118.000}{100.000} = 1,18$$

Agora subtrairmos o valor do capital da taxa de juros (1 = 100%) e encontramos:

1,18 – 1 = 0,18 = 18%
18% é os juros do período, um semestre, para encontrar os juros mensal, basta calcular a taxa proporcional e assim encontrar **3 % ao mês**.

ESTÁ FALTANDO DADOS?

Alguns exercícios parecem não informar dados suficientes para resolução do problema. Coisas do tipo: O capital dobrou, triplicou, o dobro do tempo a metade do tempo, o triplo da taxa e etc. Vamos ver como resolver este tipo de problemas, mas em geral é bem simples, basta atribuirmos um valor para o dado que está faltando.

Exemplo 3.2.4 Um cliente aplicou uma certa quantia em um fundo de investimento em ações. Após 8 meses resgatou todo o valor investido e percebeu que a sua aplicação inicial dobrou. Qual a rentabilidade média ao mês que este fundo rendeu?

Para quem vai resolver com fórmula, a sugestão é dar um valor para o capital e assim teremos um montante que será o dobro deste valor. Para facilitar o calculo vamos utilizar um capital igual a R$ 100,00, mas poderia utilizar qualquer outro valor.

Dados:
C = 100,00
t = 8 meses
M = 200,00 (o dobro)
J = 100,00 (Lembre-se que os juros é a diferença entre o Montante e o Capital)

Substituindo na fórmula teremos

$$100 = 100 \times 8 \times i$$

$$i = \frac{100}{100 \times 8} = \frac{100}{800} = 0{,}125$$

$$i = 12{,}5\% \text{ ao mês}$$

COMO RESOLVER

Exemplo 3.2.5 A que taxa de juros simples, em porcento ao ano, deve-se emprestar R$ 2 mil, para que no fim de cinco anos este duplique de valor?

Dados:
C = 2.000,00
t = 5 anos
M = 4.00,00 (o dobro)
J = 2.00,00 (Lembre-se que os juros é a diferença entre o Montante e o Capital)
i = ?? a.a
Substituindo na fórmula teremos

$$2.000 = 2.000 \times 5 \times i$$

$$i = \frac{2.000}{2.000 \times 5} = \frac{2.000}{10.000} = 0{,}2$$

$$i = 20\% \text{ ao ano}$$

Exemplo 3.2.5 Considere o empréstimo de R$ 5 mil, no regime de juros simples, taxa de 2% ao mês e prazo de 1 ano e meio. Qual o total de juros pagos nesta operação?

Dados:
C = 5.000,00
i = 2 % ao mês
t = 1,5 anos = 18 meses
J = ???

Substituindo na fórmula teremos

$$J = 5.000 \times 18 \times 0{,}02$$

$$J = 1.800{,}00$$

edgarabreu@edgarabreu.com.br

AGORA É A SUA VEZ:

QUESTÃO 3.2.1 Que juros a importância de R$ 5.700,00 produzirá, aplicada durante nove meses, à taxa de juros simples de 24% ao semestre?

QUESTÃO 3.2.2 Determine a taxa mensal de juros simples que faz com que um capital aumente 40 % ao fim de três anos.

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
3.2.1	R$ 2.052,00.
3.2.2	1,11 % ao mês

3.3 JUROS COMPOSTOS

FÓRMULAS:

CALCULO DOS JUROS	CALCULO DO MONTANTE
$J = M - C$	$M = C \times (1+i)^t$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Montante** é igual ao **Capital + Juros**

Onde:
J = Juros
M = Montante
C = Capital (Valor Presente)
i = Taxa de juros;
t = Prazo.

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DE JUROS COMPOSTOS

Como notamos na fórmula de juros composto, a grande diferença para juros simples é que o prazo (variável t) é uma potência da taxa de juros e não um fator multiplicativo.

Assim poderemos encontrar algumas dificuldades para resolver questões de juros compostos em provas de concurso público, onde não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos que poderiam facilitarem estes cálculos.

Por este motivo, juros compostos pode ser cobrado de 3 maneiras nas provas de concurso público.

1. **Questões que necessitam da utilização de tabela.**
2. **Questões que são resolvidas com substituição de dados fornecida na própria questão.**
3. **Questões que possibilitam a resolução sem a necessidade de substituição de valores.**

Vamos ver um exemplo de cada uma dos modelos.

JUROS COMPOSTOS COM A UTILIZAÇÃO DE TABELA

Este método de cobrança de questões de matemática financeira já foi muito utilizado em concurso público, porem hoje são raras as provas que fornecem tabela para calculo de juros compostos Vamos ver um exemplo.

Exemplo 3.3.1 Considere um empréstimo, a juros composto, no valor de R$ 100 mil, prazo de 8 meses e taxa de 10% ao mês. Qual o valor do montante?

Dados do problema:
C = 100.000,00
t = 8 meses
i = 10% ao mês

$$M = C \times (1+i)^t$$
$$M = 100.000 \times (1+0,10)^8$$
$$M = 100.000 \times (1,10)^8$$

O problema está em calcular 1,10 elevado a 8. Sem a utilização de calculadora fica complicado. A solução é olhar em uma tabela fornecida na prova em anexo, algo semelhante a tabela abaixo. Vamos localizar o fator de capitalização para uma taxa de 10% e um prazo igual a 8.

$(1+i)^t$		TAXA			
		5%	10%	15%	20%
PRAZO	1	1,050	1,100	1,150	1,200
	2	1,103	1,210	1,323	1,440
	3	1,158	1,331	1,521	1,728
	4	1,216	1,464	1,749	2,074
	5	1,276	1,611	2,011	2,488
	6	1,340	1,772	2,313	2,986
	7	1,407	1,949	2,660	3,583
	8	1,477	2,144	3,059	4,300
	9	1,551	2,358	3,518	5,160
	10	1,629	2,594	4,046	6,192

Consultando a tabela encontramos que $(1,10)^8 = 2,144$
Substituindo na nossa fórmula temos:

$$M = 100.000 \times (1,10)^8$$
$$M = 100.000 \times 2,144$$
$$M = 214.400,00$$

O valor do montante neste caso será de R$ 214.400,00

JUROS COMPOSTOS COM A SUBSTITUIÇÃO DE VALORES

Mais simples que substituir tabela, algumas questões disponibilizam o resultado da potência no próprio texto da questão, conforme abaixo.

Exemplo 3.3.2 Considere um empréstimo, a juros composto, no valor de R$ 100 mil, prazo de 8 meses e taxa de 10% ao mês. Qual o valor do montante? Considere $(1,10)^8 = 2,144$

Assim fica até mais fácil, pois basta substituir na fórmula e encontrar o resultado, conforme o exemplo anterior.

JUROS COMPOSTOS SEM SUBSTITUIÇÃO

A maioria das provas de matemática financeira para concurso público, buscam avaliar a habilidade do candidato em entender matemática financeira e não se ele sabe fazer contas de multiplicação.
Assim as questões de matemática financeiras poderão ser resolvidas sem a necessidade de efetuar contas muito complexas, conforme abaixo.

Exemplo 3.3.3 Considere um empréstimo, a juros composto, no valor de R$ 100 mil, prazo de 2 meses e taxa de 10% ao mês. Qual o valor do montante?

Dados do problema:
C = 100.000,00
t = 2 meses
i = 10% ao mês

$$M = C \times (1+i)^t$$
$$M = 100.000 \times (1+0,10)^2$$
$$M = 100.000 \times (1,10)^2$$
$$M = 100.000 \times 1,21$$
$$M = 121.000,00$$

Resposta: O valor do montante será de R$ 121.000,00

edgarabreu@edgarabreu.com.br

COMO RESOLVER

Exemplo 3.3.4 Qual o montante obtido de uma aplicação de R$ 2.000,00 feita por 2 anos a uma taxa de juros compostos de 20 % ao ano?

Dados do problema:
C = 2.000,00
t = 2 anos
i = 10% ao ano
M = ???

$$M = C \times (1+i)^t$$
$$M = 2.000 \times (1+0,20)^2$$
$$M = 2.000 \times (1,20)^2$$
$$M = 2.000 \times 1,44$$
$$M = 2.880,00$$

Exemplo 3.3.5 Qual os juros obtido de uma aplicação de R$ 5.000,00 feita por 1 anos a uma taxa de juros compostos de 10 % ao semestre?

Dados:
C = 5.000,00
t = 1 ano ou 2 semestres
i = 10% ao ano

$$M = C \times (1+i)^t$$
$$M = 5.000 \times (1+0,10)^2$$
$$M = 5.000 \times (1,10)^2$$
$$M = 5.000 \times 1,21$$
$$M = 6.050,00$$

Como a questão quer saber qual os juros, temos:
$$J = M - C$$
$$J = 6.050 - 5.000$$
$$J = 1.050,00$$

Assim os juros será de R$ 1.050,00

Exemplo 3.3.6 Uma aplicação de R$ 10.000,00 em um Fundo de ações, foi resgatada após 2 meses em R$ 11.025,00 (desconsiderando despesas com encargos e tributos), qual foi a taxa de juros mensal que este fundo remunerou o investidor?

Dados:

C = 10.000,00
t = 2 meses
M = 11.025,00
i = ??? ao mês

$$M = C \times (1+i)^t$$
$$11.025 = 10.000 \times (1+i)^2$$
$$(1+i)^2 = \frac{11.025}{10.000}$$

$$\sqrt{(1+i)^2} = \sqrt{\frac{11.025}{10.000}}$$
$$(1+i) = \frac{105}{100}$$
$$i = 1,05 - 1 = 0,05$$
$$i = 5\% \text{ ao mês}$$

AGORA É A SUA VEZ

QUESTÃO 3.3.1 Qual o montante obtido de uma aplicação de R$ 10.000,00 feita por 1 anos a uma taxa de juros compostos de 20 % ao ano com capitalização semestral?

QUESTÃO 3.3.2 Qual os juros obtido de uma aplicação de R$ 20.000,00 feita por 2 meses a uma taxa de juros compostos de 20 % ao mês?

Exemplo 3.3.3 Uma aplicação de R$ 100,00 em um Fundo de ações, foi resgatada após 2 meses em R$ 144,00 (desconsiderando despesas com encargos e tributos), qual foi a taxa de juros mensal que este fundo remunerou o investidor?

GABARITO	
QUESTÃO	**RESPOSTA**
3.3.1	R$ 12.100,00.
3.3.2	R$ 8.800,00
3.3.3	20% ao mês

3.4 DESCONTO SIMPLES

Se em Juros simples a idéia era incorporar juros, em desconto simples o objetivo é tirar juros, conceder desconto nada mais é do que trazer para valor presente um pagamento futuro.

Comparando juros simples com desconto simples teremos algumas alterações nas nomenclaturas das nossas variáveis.

O **capital** em juros simples (valor presente) é chamado de **valor atual** ou **valor liquido** em desconto simples.

O **montante** em juros simples (valor futuro) é chamado de **valor nominal** ou **valor de face** em desconto simples.

COMO RACIONAL X DESCONTO COMERCIAL

Existem dois tipos básicos de descontos simples nas operações financeiras: o **desconto comercial** e o **desconto racional**. Considerando-se que no regime de capitalização simples, na prática, usa-se sempre o desconto comercial, mas algumas provas de concurso público costumam exigir os dois tipos de descontos.

DESCONTO COMERCIAL SIMPLES

- Mais comum e mais utilizado
- Também conhecido como **desconto bancário**
- Outra termologia adotada é a de "**desconto por fora"**
- O desconto é calculado sobre o **valor nominal** do titulo (valor de face ou valor futuro)

FÓRMULAS:

CALCULO DO VALOR DO DESCONTO	CALCULO DO VALOR ATUAL
$D_c = N \times i_d \times t$	$A = N \times (1 - i_d \times t)$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Desconto** é igual ao **Valor Nominal – Valor Atual**

Onde:
D_C = Desconto Comercial
A = Valor Atual ou Valor Liquido
N = Valor Nominal ou Valor de Face
i_d = Taxa de desconto;
t = Prazo.

Exemplo 3.4.1 Considere um título cujo valor nominal seja $10.000,00. Calcule o desconto comercial simples a ser concedido e o valor atual de um título resgatado 3 meses antes da data de vencimento, a uma taxa de desconto de 5% a.m

Dados:
N = 10.000,00

t = 3 meses
i_d = 5% ao mês

$$D_c = N \times i_d \times t$$

$$D_c = 10.000 \times 0,05 \times 3$$

$$J = 1.500,00$$

Agora vamos calcular o Valor Atual, que é o Valor Nominal subtraído dos descontos.

$$A = 10.000 - 1.500$$

$$A = 8.500,00$$

DESCONTO RACIONAL SIMPLES

- Pouco utilizado no dia a dia, porém é cobrado em provas de concurso público
- Também conhecido como **desconto verdadeiro**
- Outra termologia adotada é a de "**desconto por dentro"**
- O desconto é calculado sobre o **valor atual** do titulo (valor de líquido ou valor presente)
- Como o desconto racional é cobrado sobre o valor atual, este valor será sempre menor que o valor do desconto comercial, que é cobrado sobre o valor nominal do título.

FÓRMULAS:

CALCULO DO VALOR DO DESCONTO	CALCULO DO VALOR ATUAL
$D_r = A \times i_d \times t$	$A = \dfrac{N}{(1 + i_d \times t)}$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Desconto** é igual ao **Valor Nominal – Valor Atual**

Onde:
D_r = Desconto Racional
A = Valor Atual ou Valor Liquido
N = Valor Nominal ou Valor de Face
i_d = Taxa de desconto;
t = Prazo.

Exemplo 3.4.2 Considere um título cujo valor nominal seja $10.000,00. Calcule o racional comercial simples a ser concedido e o valor atual de um título resgatado 3 meses antes da data de vencimento, a uma taxa de desconto de 5% a.m

Dados:
N = 10.000,00
t = 3 meses
i_d = 5% ao mês

Como o valor do desconto depende do valor Atual que não foi fornecido pelo exercício, temos que calcular primeiramente o valor atual para depois calcular o valor do desconto.

$$A = \frac{N}{(1 + i_d \times t)}$$

$$A = \frac{10.000}{(1 + 0,05 \times 3)}$$

$$A = \frac{10.000}{(1 + 0,05 \times 3)}$$

$$A = 8.695,65$$

Agora vamos calcular o desconto, que é o Valor Nominal subtraído do valor Atual.

$$D_r = 10.000 - 8.695,65$$

$$D_r = 1.304,35$$

3.5 DESCONTO COMPOSTO

Similar ao desconto simples, porém iremos trocar a multiplicação da taxa pelo prazo pela potenciação.

Também temos dois tipos de desconto composto, o comercial e o racional. A diferença entre estas duas maneiras de cobrança de desconto é a mesma dos descontos simples comercial e racional.

DESCONTO COMERCIAL COMPOSTO

- Pouco utilizado no Brasil
- Seu calculo é semelhante ao calculo de juros compostos
- Outra termologia adotada é a de "**desconto por fora"**
- O desconto é calculado sobre o **valor nominal** do titulo (valor de face ou valor futuro)

FÓRMULAS:

CALCULO DO VALOR DO DESCONTO	CALCULO DO VALOR ATUAL
$D_c = N - A$	$A = N \times (1 - i_d)^t$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Desconto** é igual ao **Valor Nominal – Valor Atual**

Onde:
D_C = Desconto Comercial
A = Valor Atual ou Valor Liquido
N = Valor Nominal ou Valor de Face
i_d = Taxa de desconto;
t = Prazo.

Exemplo 3.5.1 Considere um título cujo valor nominal seja $10.000,00. Calcule o desconto comercial composto a ser concedido e o valor atual de um título resgatado 2 meses antes da data de vencimento, a uma taxa de desconto de 10% a.m

Dados:
N = 10.000,00
t = 2 meses
i_d = 10% ao mês

Existe uma fórmula que permite encontrar o valor do Desconto Comercial Composto a partir do valor Nominal do título. Mas o objetivo é minimizar ao máximo possível o numero de fórmulas para o aluno decorar.

$$A = N(1 + i_d)^t$$

$$A = 10.000 \times (1 - 0,10)^2$$

$$A = 10.000 \times 0,81$$

$$A = 8.100,00$$

Agora vamos calcular o desconto, que é o Valor Nominal subtraído do Valor Atual.

$$D_c = 10.000 - 8.100$$

$$D_c = 1.900,00$$

DESCONTO RACIONAL SIMPLES

- É o desconto composto mais utilizado no Brasil
- Também conhecido como **desconto verdadeiro**

- Outra termologia adotada é a de "**desconto por dentro**"
- O desconto é calculado sobre o **valor atual** do titulo (valor de líquido ou valor presente)
- Como o desconto racional é cobrado sobre o valor atual, este valor será sempre menor que o valor do desconto comercial, que é cobrado sobre o valor nominal do título.

FÓRMULAS:

CALCULO DO VALOR DO DESCONTO	CALCULO DO VALOR ATUAL
$D_r = A \times i_d \times t$	$A = \dfrac{N}{(1+i_d)^t}$

OBSERVAÇÃO: Lembre-se que o **Desconto** é igual ao **Valor Nominal – Valor Atual**

Onde:
D_r = Desconto Racional
A = Valor Atual ou Valor Liquido
N = Valor Nominal ou Valor de Face
i_d = Taxa de desconto;
t = Prazo.

Exemplo 3.5.2 Considere um título cujo valor nominal seja $10.000,00. Calcule o desconto racional composto a ser concedido e o valor atual de um título resgatado 2 meses antes da data de vencimento, a uma taxa de desconto de 10% a.m

Dados:
N = 10.000,00
t = 2 meses
i_d = 10% ao mês

Calculando o valor atual teremos:

$$A = \frac{N}{(1+i_d)^t}$$

$$A = \frac{10.000}{(1+0,10)^2}$$

$$A = \frac{10.000}{1,21}$$

$$A = 8.264,46$$

edgarabreu@edgarabreu.com.br

Agora vamos calcular o desconto, que é o Valor Nominal subtraído do valor Atual.

$$D_r = 10.000 - 8.264,46$$

$$D_r = 1.735,53$$

MÓDULO 4. RENDAS UNIFORMES

4.1 SÉRIES UNIFORMES – ANTECIPADAS E PÓSTECIPADAS

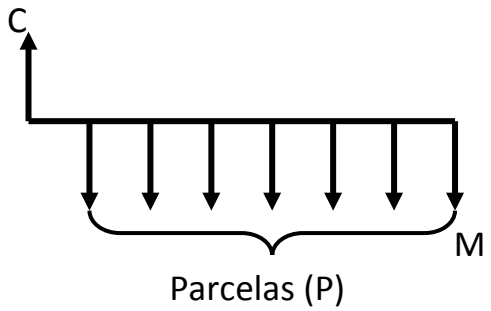
SÉRIES DE PAGAMENTO

Este conteúdo pode ser visto como uma extensão de Juros composto. Enquanto em Juros composto um empréstimo, ou uma compra, era feitos para ser quitado em um único pagamento, em série de pagamento, como o próprio nome já diz, esse pagamento será feito por mais de uma parcela. O mesmo pode enxergar as aplicações, que em Juros composto analisávamos apenas uma aplicação de um valor único, em série de pagamento vai nos permitir estudas casos onde o cliente faz depósitos durante vários meses e chegarmos a um montante.

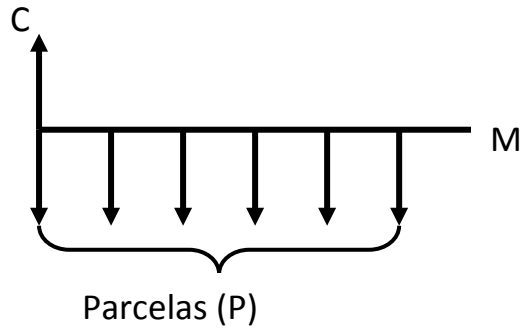
TIPOS DE SÉRIE DE PAGAMENTO

As séries de pagamento se dividem basicamente em dois tipos de séries: **Série Antecipada** e **série Póstecipada**. Aprenderemos agora como diferenciá-las:

Séries de pagamento Postecipada: é aquela que não existe um depósito inicial, não existe uma entrada, no caso de empréstimos e financiamentos, possui um comportamento descrita pelo fluxo abaixo



Séries de pagamento Antecipada: é aquela que exige um depósito inicial, uma entrada, é mais utilizada em investimentos. Cuidado, nem todas operações que possuem entrada são séries antecipada. É necessário que o valor da entrada seja o mesmo que o mesmo valor das demais prestações. Vamos olhar como é o comportamento descrita pelo fluxo abaixo



4.2 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS – SAF (*TABELA PRICE)*

CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO FRANCÊS

- As parcelas são constantes
- Juros decrescentes
- Amortizações crescentes
- Saldo devedor decrescente

FÓRMULAS:
SÉRIES PÓSTECIPADAS

CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O CAPITAL)	CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O MONTANTE)
$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\}$	$P = M \times \left\{ \frac{i}{(1+i)^t - 1} \right\}$

SÉRIES ANTECIPADA

CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O CAPITAL)	CALCULO DA PRESTAÇÃO (UTILIZANDO O MONTANTE)
$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$	$P = M \times \left\{ \frac{i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$

Onde:
P= Valor da prestação
C = Valor do Capital (Entrada, aplicação inicial)
M = Valor do Montante
i = Taxa de juros;
t = Prazo.

A prestação de uma série de pagamento é composta de duas partes, Juros e Amortização, ou seja, **Prestação = Juros + Amortização**

CONSIDERAÇÕES:

A maioria das questões de série de pagamento cobradas em concurso exige a utilização de tabela para a sua resolução.

Mas é possível cobrar este conteúdo sem fornecer uma tabela para resolução.

TABELA DE AMORTIZAÇÃO DE UM SISTEMA FRANCÊS

Vamos ver um exemplo de como construir uma tabela de amortização de um sistema francês (*tabela price*).

Exemplo 4.2.1 Um cliente solicitou um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 para pagar em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, sendo que a primeira parcela tem seu vencimento 30 dias após a data da contratação. Sabendo que a taxa de juros cobrada pela financeira é de 10% ao mês, calcule o valor da prestação e os juros e cota de amortização de cada mês.

Como a primeira prestação vence 1 mês após a data da contratação do empréstimo, estamos diante de uma série postecipada

Dados:

C = 10.000,00

t = 5 meses

i =10% ao mês

P = ???

Aplicando a formula temos:

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^5 \times 0,10}{(1+0,10)^5 - 1} \right\}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1,10)^5 \times 0,10}{(1,10)^5 - 1} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times \left\{ \frac{1,61 \times 0,10}{1,61 - 1} \right\}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{0,16105}{0,61} \right\} \rightarrow P = 10.000 \times 0,26402$$

$$P = 2.640,18$$

OBS: O calculo de $(1,10)^5$ exige tabela ou terá seu valor dado no exercício.

Agora vamos preencher a tabela de amortização com os dados que já conhecemos.

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	2.640,18			
2	2.640,18			
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Toda informação que temos até agora é que o empréstimo será liquidado em 5 parcelas consecutivas de R$ 2.640,18 (valor encontrado acima).

Para completar a tabela temos que ter os seguintes conceitos definidos:

- Os juros da parcela n é cobrado sobre o saldo devedor após o pagamento da parcela (n – 1), ou seja, o juros da 2ª parcela é cobrado sobre o saldo devedor após o pagamento da primeira parcela e assim sucessivamente.
- O valor da prestação é os juros somado com a amortização, podemos também concluir que a amortização é igual a prestação menos os juros.
- Somente a amortização reduz o saldo devedor, os juros não impactam no saldo devedor do empréstimo.

Agora vamos calcular os juros da 1ª parcela: (considerando uma taxa de juros de 10% = 0,10)

$$J_1 = i \times SD_0 \rightarrow J_1 = 0{,}10 \times 10.000$$

$$J_1 = 1.000{,}00$$

Podemos calcular a amortização da primeira parcela como a diferença entre a prestação e os juros

$$A_1 = P - J_1 \rightarrow A_1 = 2.640{,}80 - 1.000$$

$$A_1 = 1.640{,}80$$

O novo saldo devedor será dado por:

$$SD_1 = SD_0 - A_1 \rightarrow SD_1 = 10.000{,}00 - 1.640{,}80$$

$$SD_1 = 8.359{,}20$$

Completando a tabela teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18			
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Vamos repetir todos os processos anteriores para completar a linha 2

Agora vamos calcular os juros da 2ª parcela:

$$J_2 = i \times SD_1 \rightarrow J_2 = 0{,}10 \times 8.359{,}20$$

$$J_2 = 835{,}92$$

Podemos calcular a amortização da segunda parcela como a diferença entre a prestação e os juros

$$A_2 = P - J_2 \rightarrow A_2 = 2.640{,}80 - 835{,}92$$

$$A_1 = 1.804{,}88$$

O novo saldo devedor será dado por:

$$SD_2 = SD_1 - A_2 \rightarrow SD_2 = 8.359{,}20 - 1.804{,}88$$

$$SD_2 = 6.554{,}32$$

Completando a tabela teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18	835,92	1.804,88	6.554,32
3	2.640,18			
4	2.640,18			
5	2.640,18			

Agora é só repetir o processo para as próximas 3 linhas e encontrar os seguintes valores.

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	2.640,18	1.000,00	1.640,80	8.359,20
2	2.640,18	835,92	1.804,88	6.554,32
3	2.640,18	655,43	1.984,75	4.569,57
4	2.640,18	456,95	2.183,23	2.386,34
5	2.640,18	238,63	2.401,55	15,21

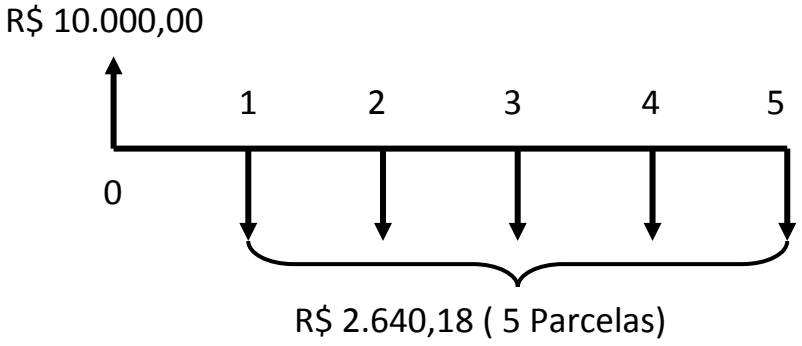
OBSERVÇÃO: O saldo devedor após pagamento da ultima parcela deve ser sempre igual a zero. Neste exemplo encontramos R$ 15,21 pelo fato de termos feito alguns arrendamentos quando calculamos o valor das parcelas.

O mais importante desta tabela é entender os conceitos abaixo:

1. A prestação é sempre constante
2. Juros são decrescentes
3. A amortização é crescente
4. Prestação é igual a juros mais amortização.
5. Os juros é calculado multiplicando a taxa de juros pelo saldo devedor do ultimo período.
6. Apenas a amortização reduz o saldo devedor.

FLUXO DE CAIXA

Vamos entender o exemplo anterior em um Fluxo de Caixa:



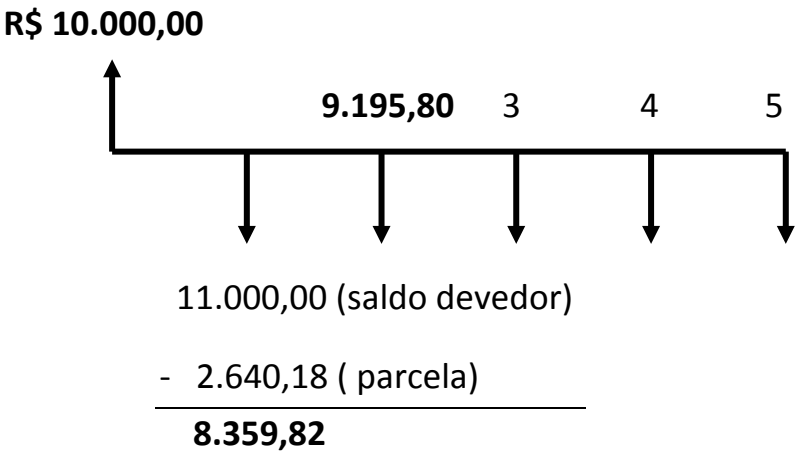
Passo 1: Vamos capitalizar o saldo devedor considerando uma taxa de juros de 10% ao mês, assim o saldo devedor do tomador de empréstimo será de:

R$ 10.000,00 x 1,10 = R$ 11.000,00

Ou seja, na data de pagamento da primeira parcela, o saldo devedor do clientes será de R$ 11.000,00

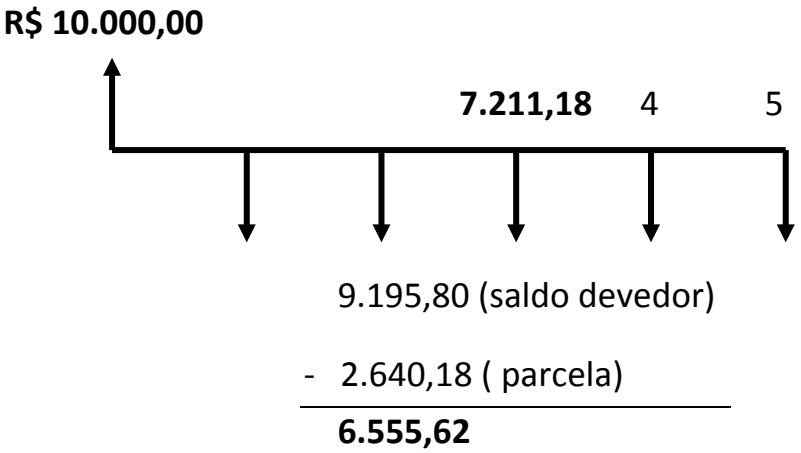
Passo 2: Agora vamos descontar o pagamento da primeira parcela do cliente, atualizar o seu saldo devedor e capitalizar mais uma vez pela taxa de 10%, para que possamos descobrir qual o seu saldo devedor no momento do pagamento da 2ª parcela.

- Saldo devedor após pagamento da 1ª parcela: R$ 11.000,00 – 2.640,18 = **R$ 8.359,82**
- Saldo devedor no pagamento da 2ª parcela: R$ 8.359,82 x 1,10 = **R$ 9.195,80**



Passo 3: Repetindo o processo do passo 2 teremos

- Saldo devedor após pagamento da 2ª parcela: R$ 9.195,80 – 2.640,18 = **R$ 6.555,62**
- Saldo devedor no pagamento da 3ª parcela: R$ 6.555,62 x 1,10 = **R$ 7.211,18**



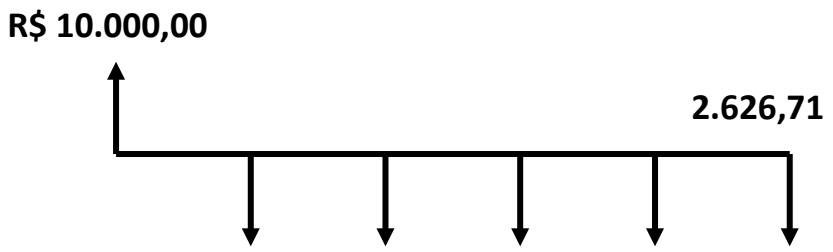
Passo 4: Repetindo as operações acima, até a ultima parcela teremos:

- Saldo devedor após pagamento da 3ª parcela: R$ 7.211,18 – 2.640,18 = **R$ 4.571,00**

- Saldo devedor no pagamento da 4ª parcela: R$ 4.571,00 x 1,10 = **R$ 5.028,10**

Continuando

- Saldo devedor após pagamento da 4ª parcela: R$ 5.028,10 – 2.640,18 = **R$ 2.387,92**
- Saldo devedor no pagamento da 5ª parcela: R$ 2.387,92 x 1,10 = **R$ 2.626,71**
- Saldo devedor após pagamento da 4ª parcela: R$ 2.626,71 – 2.640,18 = **R$ 13,47**



2.626,71 (saldo devedor)

\- 2.640,18 (parcela)

- 13,47 (erro de arrendamento)

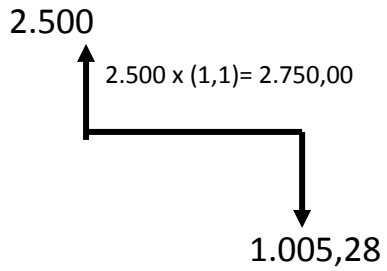
Exemplo 4.2.2 Qual o valor das prestações mensais que deverão ser pagas a um empréstimo no valor de R$ 2.500,00 contratados a uma taxa de 10% ao mês em 3 vezes?

$$P = 2500 \times \left\{ \frac{(1+0{,}10)^3 \times 0{,}10}{(1+0{,}10)^3 - 1} \right\}$$

Resolvendo a expressão acima encontraremos

Prestação (P) = 1.005,28
Analisando o fluxo teremos:

PRESTAÇÃO 1:



Assim:

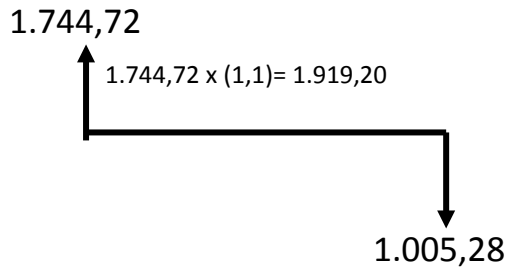
Prestação: 1.005,28

Juros = 2.500 x 0,10 **= 250,00**

Amortização: 1.005,28 – 250,00 = **755,28**

Novo Saldo Devedor: 2.750,00 – 1.005,28 = 1.744,72

PRESTAÇÃO 2:



Assim:

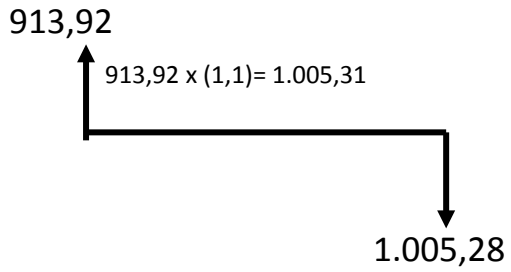
Prestação: 1.005,28

Juros = 1.744,72 x 0,10 **= 174,47**

Amortização: 1.005,28 – 174,47 = **830,81**

Novo Saldo Devedor: 1.919,20 – 1.005,28 = 913,92

PRESTAÇÃO 3:



Assim:

Prestação: 1.005,28

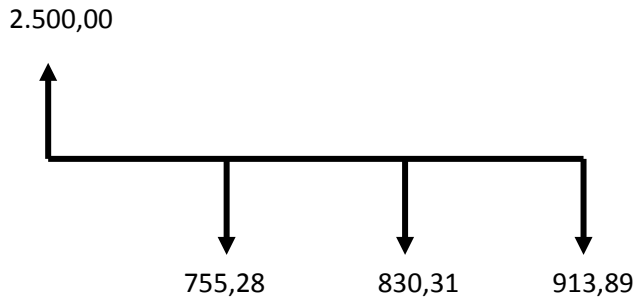
Juros = 913,92 x 0,10 **= 91,39**

Amortização: 1.005,28 – 91,39 = **913,89**

Novo Saldo Devedor: 1.005,31 – 1.005,28 = 0,03

OBS: a diferença em centavos deve-se ao fato de trabalharmos com arredondamento.

Assim podemos concluir que o cliente está na verdade pagando de sua divida da seguinte maneira:

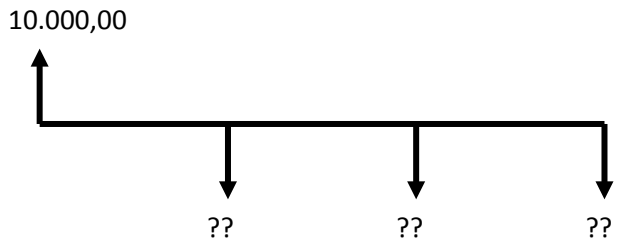


COMO RESOLVER

Exemplo 4.2.3 Qual o valor aproximado das parcelas pagas por um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 contratado para ser liquidado em 3 prestações mensais, a uma taxa de juros de 10% a.m, sendo que a primeira parcela vencerá após 30 dias a data da compra?

Dados:
C = 10.000,00
t = 3 parcelas mensais
i = 10% ao mês
Sistema : Postecipado (sem entrada)

Fluxo:



Resolução:

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t . i}{(1+i)^t - 1} \right\}$$

$$P = 10000 \times \left\{ \frac{(1+0,10)^3 \times 0,10}{(1+0,10)^3 - 1} \right\} \quad P = 10000 \times \left\{ \frac{(1,1)^3 \times 0,10}{(1,1)^3 - 1} \right\}$$

$$P = 10000 \times \left\{ \frac{0,1331}{0,331} \right\}$$

$$P = 10000 \times 0,40211$$

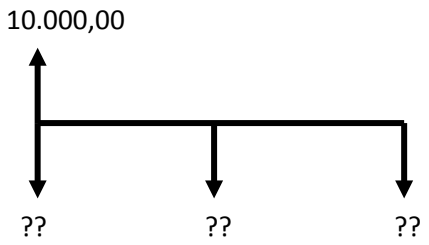
P = 4.021,10

Assim calculamos que o valor e cada parcela será de R$ 4.021,10

Exemplo 4.2.4 Um cliente financiou uma motocicleta no valor de R$ 10.000,00 com uma entrada e mais 2 parcelas, sendo a primeira a vencer 30 dias após a compra. Sabendo que o banco responsável pelo financiamento cobra uma taxa de juros de 10% ao mês, qual o valor da prestação?

Dados:
C = 10.000,00
t = 3 parcelas mensais
i = 10% ao mês
Sistema : Antecipado (com entrada)

Fluxo:



Observação: Note que este exemplo é muito semelhante ao anterior (exemplo 4.2.3), a única diferença é que agora o financiamento terá uma entrada, ou seja, passamos a trabalhar com uma série de pagamento antecipada e não mais postecipada, como o exercício anterior

Assim podemos encontrar a parcela deste financiamento apenas descapitalizando a parcela do exercício anterior em um período.

$$P = 4.021,10 \times \left\{ \frac{1}{(1+0,10)} \right\}$$

$$P = 3.655,54$$

Ou podemos substituir os dados fornecido na fórmula de calculo de prestação antecipada e calcular o valor da parcela.

$$P = C \times \left\{ \frac{(1+i)^t \times i}{(1+i)^t - 1} \right\} \times \frac{1}{(1+i)}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{(1{,}10)^3 \times 0{,}10}{(1{,}10)^3 - 1} \right\} \times \frac{1}{(1{,}10)}$$

$$P = 10.000 \times \left\{ \frac{0{,}1331}{0{,}331} \right\} \times \frac{1}{(1{,}10)} \rightarrow P = 10.000 \times 0{,}366558$$

$$P = 3.655{,}58$$

AGORA É A SUA VEZ

Resolver as questões de concurso abaixo:

QUESTÃO	ALTERNATIVA CORRETA
7	
12	
25	
31	
35	
36	

Gabarito no final da apostila

MÓDULO 5. SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE – SAC

5.1 INTRDUÇÃO

A principal diferença do SAF em relação ao SAC é o fato do SAC as prestações não serem constante, no SAC as prestações são decrescentes.
Na maioria dos financiamentos bancários utilizamos o Sistema de Amortização Frances (tabela *Price)*

Porém os bancos adotam o sistema de amortização conhecido como SAC é nos financiamentos Habitacionais. Este sistema substituiu o SAF pelo fato da tabela *Price* cometer anatocismo (cobrança de juros sobre juros).

5.2 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

CARACTERÍSTICAS DE UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

- Amortizações é constante
- As parcelas são decrescentes
- Juros decrescentes
- Saldo devedor decrescente

FÓRMULAS:

CALCULO DA AMORTIZAÇÃO	CALCULO DA PRESTAÇÃO
$A = \frac{C}{t}$	$P = A + J$
CALCULO DOS JUROS	
$J_1 = SD_0 \times i$	

Onde:
P= Valor da prestação
C = Valor do Capital (Entrada, aplicação inicial)
J = Juros
t = Prazo
i = Taxa de Juros
SD_0 = Saldo Devedor do período ANTERIOR

Vamos usar o mesmo exemplo citado no capitulo anterior, trocando o Sistema de Amortização Francês pelo SAC.

Exemplo 5.2.1 Um cliente solicitou um empréstimo no valor de R$ 10.000,00 para pagar em 5 prestações mensais iguais e consecutivas, sendo que a primeira parcela tem seu vencimento 30 dias após a data da contratação. Sabendo que a taxa de juros cobrada pela financeira é de 10% ao mês, calcule o valor da prestação e os juros e cota de amortização de cada mês considerando que o banco utiliza o Sistema de Amortização Constante.

Passo 1: Como o valor emprestado é de 10.000,00 para ser liquidado em 5 prestações, podemos calcular o valor da cota de amortização mensal.

$$A = \frac{C}{t} \rightarrow A = \frac{10.000}{5}$$
$$A = 2.000,00$$

Assim vamos construir a tabela de amortização.

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1			2.000,00	
2			2.000,00	
3			2.000,00	
4			2.000,00	
5			2.000,00	

Como sabemos que o Saldo Devedor é descontado apenas da amortização, podemos calcular o saldo devedor após o pagamento de cada parcela:

- 1ª parcela: 10.000,00 – 2.000,00 = 8.000,00
- 2ª parcela: 8.000,00 – 2.000,00 = 6.000,00
- 3ª parcela: 6.000,00 – 2.000,00 = 4.000,00
- 4ª parcela: 4.000,00 – 2.000,00 = 2.000,00
- 5ª parcela: 2.000,00 – 2.000,00 = 0,00

Podemos também calcular o valor dos juros cobrados na primeira parcela:

$$J_1 = SD_0 \times i$$

$$J_1 = 10.000 \times 0,10$$

$$J_1 = 1.000,00$$

Agora vamos calcular o valor da primeira parcela.

$$P_1 = A + J$$

$$P_1 = 2.000 + 1.000$$

$$P_1 = 3.000,00$$

Substituindo na tabela teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	3.000,00	1.000,00	2.000,00	8.000,00
2			2.000,00	6.000,00
3			2.000,00	4.000,00
4			2.000,00	2.000,00
5			2.000,00	0

Continuando o mesmo raciocino acima, vamos calcular os juros e a parcela de cada mês

$$J_2 = 8.000 \times 0,10 \rightarrow J_2 = 800,00$$

$$J_3 = 6.000 \times 0,10 \rightarrow J_3 = 600,00$$

$$J_4 = 4.000 \times 0,10 \rightarrow J_4 = 400,00$$

$$J_5 = 2.000 \times 0,10 \rightarrow J_5 = 200,00$$

Calculando o valor da parcela de cada período teremos:

$$P_2 = 2.000 + 800,00 \rightarrow P_2 = 2.800,00$$

$$P_3 = 2.000 + 600,00 \rightarrow P_3 = 2.600,00$$

$$P_4 = 2.000 + 400,00 \rightarrow P_4 = 2.400,00$$

$$P_5 = 2.000 + 200,00 \rightarrow P_5 = 2.200,00$$

Substituindo os valores em nossa tabela, teremos:

N	Prestação	Juros	Amortização	Saldo devedor após pagamento da parcela
0	-------	-------	--------	-10.000,00
1	3.000,00	1.000,00	2.000,00	8.000,00
2	2.800,00	800,00	2.000,00	6.000,00
3	2.600,00	600,00	2.000,00	4.000,00
4	2.400,00	400,00	2.000,00	2.000,00
5	2.200,00	200,00	2.000,00	0

Observando a tabela acima, notamos que:

- Amortizações é constante
- As prestações são decrescentes
- Juros decrescentes
- Saldo devedor decrescente

Exercício 5.2.2 Compare a tabela acima com a tabela encontrada no modelo SAF na página 42. E responda os seguintes itens.

a) Em qual dos sistema de amortização o cliente irá pagar mais juros?

b) Qual dos sistemas de amortização o valor da primeira prestação é maior?

COMO RESOLVER

Exemplo 5.2.3 Uma família financiou 100% de um imóvel no valor de R$ 60.000,00 para pagamento em 20 anos com prestações mensais contratadas a ser amortizado pelo sistema de amortização constante - SAC. Sabendo que a taxa de juros cobrada pelo banco é de 1% ao mês calcule:

a) O valor da a ser amortizado mensalmente:

$$A = \frac{C}{n} \rightarrow \frac{60.000}{240} = 250,00$$

b) O valor da primeira prestação

$$J_1 = SD_0 \times i \rightarrow J_1 = 60.000 \times 0,01 \rightarrow J_1 = 600,00$$
$$P_1 = A + J_1 \rightarrow P_1 = 250,00 + 600,00 \rightarrow P_1 = 850,00$$

c) O valor da parcela número 51ª

Para o calculo dos juros da parcela 51ª é necessário saber o valor do saldo devedor após o pagamento de uma parcela anterior, neste caso a parcela 50ª

$$SD_{50} = 60.000 - (50 \times 250,00) \rightarrow SD_{50} = 60.000 - 12.500 \rightarrow SD_{50} = 47.500,00$$

Agora sim conseguimos calcular o valor da parcela

$$J_{51} = SD_{50} \times i \rightarrow J_{51} = 47.500 \times 0,01 \rightarrow J_{51} = 475,00$$

$$P_{51} = A + J_{51} \rightarrow P_{51} = 250,00 + 475,00 \rightarrow P_{51} = 725,00$$

AGORA É A SUA VEZ

Resolver as questões de concurso abaixo:

QUESTÃO	ALTERNATIVA CORRETA
3	
15	
19	

Gabarito no final da apostila

edgarabreu@edgarabreu.com.br

MÓDULO 6. ANÁLISE DE INVESTIMENTO

6.1 INTRDUÇÃO

Fazer um estudo de análise de investimento é como trabalhar com um sistema de amortização Francês, a grande diferença é que neste caso, as prestações não são constantes.

Conceitos novos que iremos utilizar neste capítulo:

Taxa Interna de Retorno (TIR): Define-se como a taxa de desconto em que o Valor Presente do fluxo de caixa futuro de um investimento se iguala ao custo do investimento.
É calculada mediante um processo de tentativa e erro.
Quando os valores presentes líquidos do custo e dos retornos se igualam a zero, a taxa de desconto utilizada é a TIR.
Se essa taxa excede o retorno exigido - chamada taxa de atratividade - o investimento é aceitável.
Pode haver mais de uma TIR para determinado conjunto de fluxos de caixa.

A Taxa Mínima de Atratividade (TMA): é uma taxa de juros que representa o mínimo que um investidor se propõe a ganhar quando faz um investimento, ou o máximo que um tomador de dinheiro se propõe a pagar quando faz um financiamento.

O valor presente líquido (VPL): Também conhecido como **valor atual líquido (VAL)** ou método do valor atual, é a fórmula matemático-financeira de se determinar o valor presente de pagamentos futuros descontados a uma taxa de juros apropriada, menos o custo do investimento inicial. Basicamente, é o calculo de quanto os futuros pagamentos somados a um custo inicial estaria valendo atualmente. Temos que considerar o conceito de valor do dinheiro no tempo, pois, exemplificando, R$ 1 milhão hoje, não valeria R$ 1 milhão daqui a uma ano, devido ao custo de oportunidade de se colocar, por exemplo, tal montante de dinheiro na poupança para render juros

6.2 FLUXO DE CAIXA E VPL

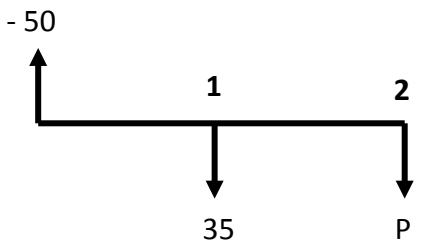
Neste tópico iremos entender como funciona um fluxo de caixa e como podemos encontrar um valor de uma VPL (Valor Presente Liquido) de um fluxo de pagamentos.

A idéia central é saber que para capitalizar uma prestação devemos multiplicar pelo fator de capitalização $(1+i)^n$ e para descapitalizar basta dividir pelo mesmo fator.

Exemplo 6.2.1 Considerando que uma máquina foi adquirida por 50 mil reais e que oferece um retorno de 20% ao ano. Sabendo que o seu retorno foi é dado conforme a tabela abaixo, calcule o valor de P.

Valor (Milhares de reais)	- 50	35	P
Período (anos)	0	1	2

Vamos representar esta tabela em um fluxo de pagamento, teremos:



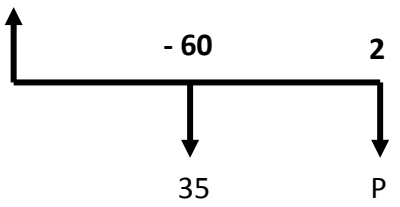
Agora vamos capitalizar o valor do investimento da máquina um período e descontar o seu retorno.

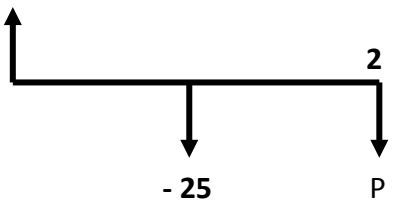
$$-50\times(1+0,20)^1=-50\times1,2=-60$$

Subtraindo do seu retorno teremos

$$-60+35=-25$$

Novo Fluxo





Capitalizando o novo saldo da máquina na mesma taxa de retorno de 20% teremos

$$-25\times(1+0,20)^1=-25\times1,2=-30$$

Como a taxa de retorno é de 20% ao ano o valor de P deve equilibrar o fluxo de pagamento, logo:

$$-30+P=0\rightarrow P=30$$

Assim o valor do ultimo retorno será de 30 mil.

6.3 TAXA INTERNA DE RETORNO – TIR

Calcular a taxa interna de retorno não é tarefa fácil. Um calculadora HP-12C por exemplo, demora alguns segundos processando até encontrar a resposta correta.

A maneira que vamos utilizar para calcular a TIR em provas de concurso público é a mesma usada pela calculadora HP – 12C.

Enquanto a calculador encontra a TIR por "interpolação", nós iremos encontrar a taxa de retorno por testes.

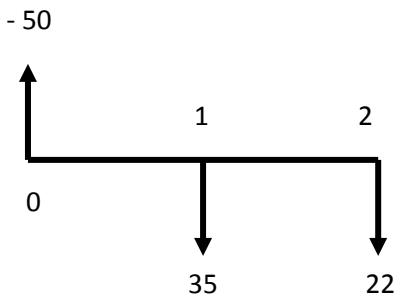
Exemplo 6.3.1 A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de certo projeto.

Valor (Milhares de reais)	– 50	35	22
Período (anos)	0	1	2

A taxa interna de retorno anual é igual a

(A) 10% (B) 12%
(C) 15% (D) 18%
(E) 20%

RESOLUÇÃO:
Montando o Fluxo teremos:



TESTANDO alternativa **E = 20%**

$$-50\times(1+0,20)^1=-50\times1,2=-60$$

$$-60+35=-25$$

Capitalizando mais um período, temos:

$$-25\times(1+0,20)^1=-25\times1,2=-30$$

$$-30+22=-8$$

Como o valor Final é **MAIOR (o sinal é negativo)** do que o valor da ultima prestação concluímos que a **taxa escolhida é MAIOR do que a taxa do fluxo**, assim deveremos escolher uma **taxa de valor menor**.

OBS: Caso o resultado final fosse um valor **MENOR (o sinal é positivo)** do que o valor da ultima prestação, é sinal que a **taxa que escolhemos para testar é menor do que a taxa que soluciona o problema**.

TESTANDO alternativa **A = 10%**

$$-50 \times (1+0{,}10)^1 = -50 \times 1{,}1 = -55$$

$$-55 + 35 = -20$$

Capitalizando mais um período, temos:

$$-20 \times (1+0{,}10)^1 = -20 \times 1{,}1 = -22$$

$$-22 + 22 = 0$$

OK. Como o valor fechou exato, a taxa está correta. Assim a *Taxa Interna de Retorno* deste Investimento é de 10%.

6.4 TAXA MÍNIMA DE ATRATIVIDADE – TMA

A decisão de fazer ou não um investimento está condicionada a diversos fatores. Um deles é a taxa mínima de atratividade. Como o próprio nome diz o investidor espera ter um retorno mínimo para decidir o seu investimento.

Quando um poupador investe parte do seu recurso no mercado de ações, por exemplo, ele espera ter um rendimento no mínimo superior a caderneta de poupança, neste caso o retorno da poupança representa a taxa mínima de atratividade para este investidor, ou seja, ele não vai colocar o seu dinheiro em uma aplicação financeira que ofereça um maior risco, se o retorno não for superior a esta taxa.

Vamos utilizar o exemplo anterior com uma pequena alteração para dar exemplo de uma questão sobre TMA.

Exemplo 6.4.1 A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de certo projeto.

Valor (Milhares de reais)	– 50	35	22
Período (anos)	0	1	2

Sabendo que a Taxa de Atratividade Mínima do investidor é de 20% ao ano, podemos concluir que a decisão mais correta é de:
(A) Rejeitar o projeto, uma vez que a TMA é maior que a TIR
(B) Rejeitar o projeto, uma vez que a TMA é inferior a TIR
(C) Aceitar o projeto, uma vez que a TMA é maior que a TIR 15%
(D) Aceitar o projeto, uma vez que a TMA é maior que a TIR 18%
(E) O investidor é indiferente a decisão, uma vez que a TIR é igual a TMA.

RESOLUÇÃO

Para saber se a TMA é maior, menor ou igual a TIR do projeto vamos testar a TMA de 20% (fornecida do problema) no projeto e encontrar o resultado.

Como resolvemos no exercício 6.4.1 na página 56, ao testarmos uma taxa de 20% no fluxo, notamos que os retornos não são suficiente para equilibrar o fluxo.

Como o valor do retorno do investimento é INFERIOR ao retorno necessário para ter um retorno de 20%, concluímos que a TIR deste projeto é inferior a 20%, ou seja, inferior a TMA.

A decisão correta é de rejeitar o projeto, uma vez que o retorno dele é inferior a taxa mínima de atratividade exigida por este investidor.

Alternativa correta: A

AGORA É A SUA VEZ

Resolver as questões de concurso abaixo:

QUESTÃO	ALTERNATIVA CORRETA
8	
14	
16	
18	
28	
29	
38	
39	

Gabarito no final da apostila

MÓDULO 1. FUNÇÕES EXPONENCIAL E LOGARÍTMA

A função denominada como exponencial possui essa relação de dependência e sua principal característica é que a parte variável representada por x se encontra no expoente.

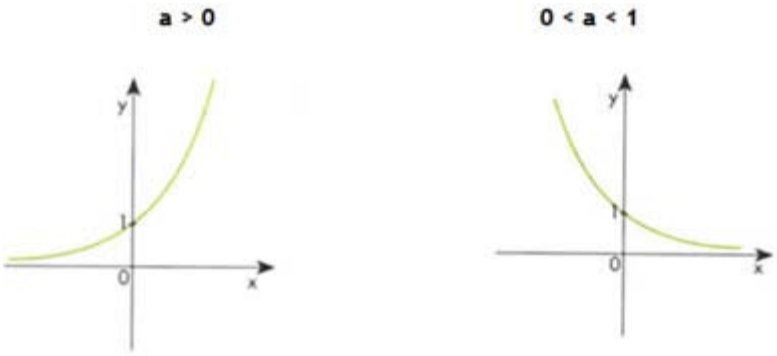
Exemplos de funções exponenciais:

$y = 4^{x}$
$y = 3^{x+4}$
$y = 0{,}7^{x}$
$y = 9^{x}$

A de formação de uma função exponencial indica que a base elevada ao expoente x precisa ser maior que zero e diferente de um, conforme a seguinte notação:

$f: R \rightarrow R$ tal que $y = a^{x}$, sendo que $a > 0$ e $a \neq 1$.

Uma função pode ser representada através de um gráfico, e no caso da exponencial, temos duas situações: a > 0 e 0 < a < 1. Observe como os gráficos são constituídos respeitando as condições propostas:



Uma função exponencial é utilizada na representação de situações onde a taxa de variação é considerada grande, por exemplo, em rendimentos financeiros capitalizados por juros compostos, no decaimento radioativo de substâncias químicas, desenvolvimento de bactérias e micro-organismos, crescimento populacional entre outras situações. As funções exponenciais devem ser resolvidas utilizando, se necessário, as regras envolvendo potenciação.
Vamos apresentar alguns exemplos envolvendo o uso de funções exponenciais.

Exemplo 1

(Unit-SE) Uma determinada máquina industrial se deprecia de tal forma que seu valor, t anos após a sua compra, é dado por $v(t) = v_o \cdot 2^{-0{,}2t}$, em que v_0 é uma constante real. Se, após 10 anos, a máquina estiver valendo R$ 12 000,00, determine o valor que ela foi comprada.
Temos que v(10) = 12 000, então:

$$v(10) = v_o \cdot 2^{-0{,}2x10}$$
$$1200 = v_o \cdot 2^{-2}$$

$$1200 = \frac{v_o}{4} \quad \rightarrow \quad v_o = 48000$$

A máquina foi comprada pelo valor de R$ 48 000,00.

Exemplo 2

(EU-PI) Suponha que, em 2003, o PIB (Produto Interno Bruto) de um país seja de 500 bilhões de dólares. Se o PIB crescer 3% ao ano, de forma cumulativa, qual será o PIB do país em 2023, dado em bilhões de dólares? Use $1{,}03^{20} = 1{,}80$.

Temos a seguinte função exponencial

$$p(x) = p_o \cdot (1+i)^t$$
$$p(x) = 500 \cdot (1+0{,}03)^{20}$$
$$p(x) = 500 \cdot 1{,}03^{20}$$
$$p(x) = 500 \cdot 1{,}80$$
$$p(x) = 900$$

O PIB do país no ano de 2023 será igual a R$ 900 bilhões.

FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Toda função definida pela lei de formação $f(x) = log_a x$, com a ≠ 1 e a > 0, é denominada função logarítmica de base a. Nesse tipo de função o domínio é representado pelo conjunto dos números reais maiores que zero e o contradomínio, o conjunto dos reais.

Exemplos de funções logarítmicas:

$f(x) = log_5 x$
$f(x) = log_2 x$
$f(x) = log_{1/3} x$
$f(x) = log_{10} x$
$f(x) = log_{1/5} x$
$f(x) = log_4 x$
$f(x) = log_2 (x - 2)$
$f(x) = log_{0,2} x$

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS

P_1	**Logaritmo do Produto**
	$\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$
P_2	**Logaritmo do Quociente**
	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
P_3	**Logaritmo da Potência**
	$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
P_4	**Expoente logaritmo**
	$a^{\log_a b} = b$
P_5	**Mudança de Base**
	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Gráfico de uma função logarítmica

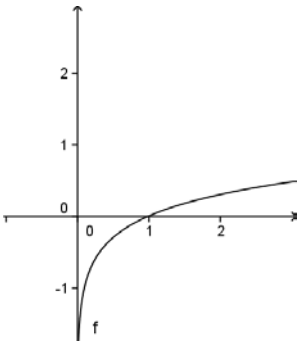
Para a construção do gráfico da função logarítmica devemos estar atentos a duas situações:

1ª) a > 1

2ª) 0 < a < 1

Para a > 1, temos o gráfico da seguinte forma:
Função crescente

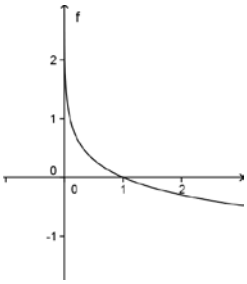
a > 1



Para 0 < a < 1, temos o gráfico da seguinte forma:

Função decrescente

0 < a < 1



Características do gráfico da função logarítmica, y = $\log_a x$

O gráfico está totalmente à direita do eixo y, pois ela é definida para x > 0.

Intersecta o eixo das abscissas no ponto (1,0), então a raiz da função é x = 1.

Note que y assume todos as soluções reais, por isso dizemos que a Im(imagem) = R.

MÓDULO 8. NOÇÕES DE PROBABILIDADE E ESATÁTISTICA

MÉDIA

A principal vantagem do cálculo da média é o cálculo do retorno médio de um investimento.
Considerando que uma ação teve as seguintes oscilações nos primeiros 5 dias de um determinado mês:

1º ➔ + 3%
2º ➔ + 4%
3º ➔ – 2%
4º ➔ – 1%
5º ➔ + 1%

Assim podemos calcular o "retorno médio" deste ativo, calculando a média destes valores.

$$\overline{X} = \frac{3+4+(-2)+(-1)+1}{5} = \frac{5}{5} = 1\%$$

O que acontece com a média se somou "X" em cada um dos retornos? Vamos somar 3% em cada um dos retornos acima e tentar identificar o que vai acontecer com a média.

1º ➔ + 3% + 3% = 6%
2º ➔ + 4% + 3% = 7%
3º ➔ – 2% + 3% = 1%
4º ➔ – 1% + 3% = 2%
5º ➔ + 1% + 3% = 4%

Assim podemos calcular o novo "retorno médio" deste ativo, calculando a nova média:

$$\overline{X} = \frac{6+7+1+2+4}{5} = \frac{20}{5} = 4\%$$

Ou seja, notamos que a média é de 4%, exatamente 3% maior que a média anterior.
Coincidência? Não, como somamos o mesmo valor em TODOS os retornos, é de se esperar que a média sofra o mesmo ajuste.

MODA

É o valor que ocorre com maior freqüência em uma série de valores.
Exemplo:
Considerando que uma ação teve as seguintes oscilações nos primeiros 5 dias de um determinado mês:

1º ➔ + 3%
2º ➔ + 4%
3º ➔ – 2%
4º ➔ – 2%

5º ➔ + 1%

A Moda é **−2%.**

Um conjunto de resultado pode apresentar uma moda ou mais, sendo classificado como:

1 moda = unimodal

2 modas = bimodal

3 ou mais = multimodal

.....

MEDIANA

É o valor que divide o conjunto em dois subconjuntos, onde estes subconjuntos formados terão exatamente a mesma quantidade de elementos.

Exemplo para amostra Impar

Considerando que uma ação teve as seguintes oscilações nos primeiros 5 dias de um determinado mês:

1º ➔ + 3%
2º ➔ + 4%
3º ➔ − 2%
4º ➔ − 3%
5º ➔ + 1%

OBS: Para encontrar a mediana é necessário colocar as oscilações em ordem:

−3%; −2%; **+1%**; 3%; 4%

Assim a Mediana = +1%

Exemplo para amostra Par

Considerando que uma ação teve as seguintes oscilações nos primeiros 5 dias de um determinado mês:

1º ➔ + 3%
2º ➔ + 4%
3º ➔ + 2%
4º ➔ + 6%

Colocando as oscilações em ordem:

+2%; **+3%; +4%**; +6%

Mediana será a **média** entre os valores centrais:

$$mediana = \frac{3+4}{2} = 3,5\%$$

edgarabreu@edgarabreu.com.br

VARIÂNCIA

Mede o grau de dispersão de um conjunto de dados é dado pelos desvios em relação a média desse conjunto.

Cálculo da variância:

Considerando que uma ação teve as seguintes oscilações nos primeiros 5 dias de um determinado mês:

1º ➔ + 3%
2º ➔ + 5%
3º ➔ + 7%
4º ➔ – 2%
5º ➔ + 2%

Primeiro efetuar o cálculo da média:

$$\overline{X} = \frac{3+5+7+(-2)+2}{5} = \frac{15}{5} = 3\%$$

Calcular agora a variância

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{(3-3)^2+(5-3)^2+(7-3)^2+(-2-3)^2+(2-3)^2}{4}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{0+4+16+25+1}{4} = \frac{46}{4} = 11{,}5\%$$

Assim a **Variância** é de **11,5%**

DESVIO PADRÃO

A variância possui um problema de construção como medida de dispersão de dados: ela apresenta uma unidade de medida igual ao quadrado da unidade de medida dos dados originais. Esse problema é resolvido extraindo-se a raiz quadrada da variância, o que chamamos de **desvio-padrão.**

No mercado financeiro, em geral é esse o valor que é chamado de VOLATILIDADE de um ativo e utilizado como **principal medida de risco** de se investir em determinado ativo.

Quais dos dois ativos abaixo possuem maior risco?

Data	PETR4	VALE5
07/07	– 4%	– 2%
08/07	– 3%	– 1%
09/07	+ 1%	+1%
10/07	+ 6%	– 2%
11/07	– 5%	– 1%

Cálculo da média para PETR4:

$$\bar{X}_{PETR4} = \frac{(-4)+(-3)+1+6+(-5)}{5} = \frac{-5}{5} = -1\%$$

Cálculo da média para VALE5:

$$\bar{X}_{VALE5} = \frac{(-2)+(-1)+1+(-2)+(-1)}{5} = \frac{-5}{5} = -1\%$$

Ou seja, o retorno esperado nas duas carteiras são os mesmos. Qual ação escolher então?
Um investidor racional, diante de dois ativos similares com mesmo retorno, irá escolher o de menor risco, para isso devemos calcular o Desvio Padrão de cada ativo.

Calculo do Desvio padrão para PETR4

$$\sigma_X^2 = \sqrt{\frac{(-4-(-1))^2+(-3-(-1))^2+(1-(-1))^2+(6-(-1))^2+(-5-(-1))^2}{4}}$$

$$\sigma_X^2 = \sqrt{\frac{9+4+4+49+16}{4}} = \sqrt{\frac{82}{4}} = \sqrt{20,5} = 4,52\%$$

Calculo do Desvio padrão para VALE5

$$\sigma_X^2 = \sqrt{\frac{(-2-(-1))^2+(-1-(-1))^2+(1-(-1))^2+(-2-(-1))^2+(-1-(-1))^2}{4}}$$

$$\sigma_X^2 = \sqrt{\frac{1+0+4+1+0}{4}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{1,5\%} = 1,22\%$$

Assim podemos afirmar que a ação da **PETR4** possui um **RISCO MAIOR** para o investidor, por apresentar um **desvio-padrão maior**.

Neste caso o investidor racional irá optar em comprar ações da VALE5

$$probabilidade = \frac{n\ resultados\ \ favoraveis}{n\ resultados\ \ possiveis}$$

edgarabreu@edgarabreu.com.br

QUESTÕES DE CONCURSOS ANTERIORES

COM GABARITO COMENTADO

edgarabreu@edgarabreu.com.br

BB 2010 – CESGRANRIO

1. Uma empresa oferece aos seus clientes desconto de 10% para pagamento no ato da compra ou desconto de 5% para pagamento um mês após a compra. Para que as opções sejam indiferentes, a taxa de juros mensal praticada deve ser, aproximadamente,

(A) 0,5%.
(B) 3,8%.
(C) 4,6%.
(D) 5,0%.
(E) 5,6%.

2. Um título com valor de face de R$ 1.000,00, faltando 3 meses para seu vencimento, é descontado em um banco que utiliza taxa de desconto bancário, ou seja, taxa de desconto simples "por fora", de 5% ao mês. O valor presente do título, em reais, é

(A) 860,00
(B) 850,00
(C) 840,00
(D) 830,00
(E) 820,00

3. Considere um financiamento de R$ 100.000,00, sem entrada, a ser pago em 100 prestações mensais, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). Sabendo-se que a taxa de juros, no regime de juros compostos, é de 1% ao mês, a prestação inicial, se o prazo de pagamento for duplicado, será reduzida em

(A) 100%.
(B) 50%.
(C) 25%.
(D) 10%.
(E) 5%.

4. Um investimento obteve variação nominal de 15,5% ao ano. Nesse mesmo período, a taxa de inflação foi 5%. A taxa de juros real anual para esse investimento foi

(A) 0,5%.
(B) 5,0%.
(C) 5,5%.
(D) 10,0%.
(E) 10,5%.

edgarabreu@edgarabreu.com.br

BB 2010 – FCC

5. Um capital é aplicado, durante 8 meses, a uma taxa de juros simples de 15% ao ano, apresentando um montante igual a R$ 13.200,00 no final do prazo. Se este mesmo capital tivesse sido aplicado, durante 2 anos, a uma taxa de juros compostos de 15% ao ano, então o montante no final deste prazo seria igual a

(A) R$ 17.853,75.
(B) R$ 17.192,50.
(C) R$ 16.531,25.
(D) R$ 15.870,00.
(E) R$ 15.606,50.

6. Um título descontado 2 meses antes de seu vencimento, segundo uma operação de desconto racional simples e com a utilização de uma taxa de desconto de 18% ao ano, apresenta um valor atual igual a R$ 21.000,00. Um outro título de valor nominal igual ao dobro do valor nominal do primeiro título é descontado 5 meses antes de seu vencimento, segundo uma operação de desconto comercial simples e com a utilização de uma taxa de desconto de 2% ao mês. O valor atual deste segundo título é de

(A) R$ 42.160,80.
(B) R$ 41.529,60.
(C) R$ 40.664,40.
(D) R$ 39.799,20.
(E) R$ 38.934,00

7. Um empréstimo no valor de R$ 80.000,00 deverá ser pago por meio de 5 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira um mês após a data da concessão do empréstimo. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Tabela Price) com uma taxa de juros compostos de 3% ao mês, encontrando-se R$ 17.468,00 para o valor de cada prestação. Imediatamente após o pagamento da primeira prestação, se S representa o percentual do saldo devedor com relação ao valor do empréstimo, então

(A) $81\% \leq S < 82\%$
(B) $80\% \leq S < 81\%$
(C) $79\% \leq S < 80\%$
(D) $78\% \leq S < 79\%$
(E) $77\% \leq S < 78\%$

8. Uma máquina com vida útil de 3 anos é adquirida hoje (data 0) produzindo os respectivos retornos: R$ 0,00 no final do primeiro ano, R$ 51.480,00 no final do segundo ano e R$ 62.208,00 no final do terceiro ano. O correspondente valor para a taxa interna de retorno encontrado foi de 20% ao ano. Então, o preço de aquisição da máquina na data 0 é de

(A) R$ 86.100,00.
(B) R$ 78.950,00.
(C) R$ 71.750,00.
(D) R$ 71.500,00.
(E) R$ 71.250,00.

BNDES 2010 – CESGRANRIO

Para esta prova, foi fornecido as tabelas abaixo:

Fator de Acumulação de Capital de uma Série de Pagamentos

s(n,i)	1%	2%	3%	4%	5%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05
3	3,03	3,06	3,09	3,12	3,15
4	4,06	4,12	4,18	4,25	4,31
5	5,10	5,20	5,31	5,42	5,53
6	6,15	6,31	6,47	6,63	6,80
7	7,21	7,43	7,66	7,90	8,14
8	8,29	8,58	8,89	9,21	9,55
9	9,37	9,75	10,16	10,58	11,03
10	10,46	10,95	11,46	12,01	12,58
11	11,57	12,17	12,81	13,49	14,21
12	12,68	13,41	14,19	15,03	15,92
13	13,81	14,68	15,62	16,63	17,71
14	14,95	15,97	17,09	18,29	19,60
15	16,10	17,29	18,60	20,02	21,58

Fator de Acumulação de Capital

$(1+i)^n$	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08
2	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14	1,17
3	1,03	1,06	1,09	1,12	1,16	1,19	1,23	1,26
4	1,04	1,08	1,13	1,17	1,22	1,26	1,31	1,36
5	1,05	1,10	1,16	1,22	1,28	1,34	1,40	1,47
6	1,06	1,13	1,19	1,27	1,34	1,42	1,50	1,59

9. Um jovem tinha um capital e fez com ele um investimento diversificado. Aplicou 40% do capital em um fundo de Renda Fixa e o restante na Bolsa de Valores. A aplicação em Renda Fixa gerou lucro de 20%, enquanto o investimento na Bolsa, no mesmo período, representou prejuízo de 10%. Com relação ao total investido nesse período, o jovem

(A) teve lucro de 2%.
(B) teve lucro de 20%.
(C) não teve lucro e nem prejuízo.
(D) teve prejuízo de 2%.
(E) teve prejuízo de 20%.

10. Uma aplicação consiste em 6 depósitos consecutivos, mensais e iguais no valor de R$ 300,00 (trezentos reais) cada um. Se a taxa de juros compostos utilizada é de 5% ao mês, o montante, em reais, um mês após o último dos 6 depósitos, é

(A) 2.040,00
(B) 2.142,00
(C) 2.240,00
(D) 2.304,00
(E) 2.442,00

11. Uma pessoa fez, com o capital de que dispunha, uma aplicação diversificada: na Financeira Alfa, aplicou R$ 3.000,00 a 24% ao ano, com capitalização bimestral; na Financeira Beta, aplicou, no mesmo dia, o restante desse capital a 42% ao semestre, com capitalização mensal. Ao final de 1 semestre, os montantes das duas aplicações somavam R$ 6.000,00. A taxa efetiva de juros da aplicação diversificada no período foi de

(A) 60%
(B) 54%
(C) 46%
(D) 34%
(E) 26%

CEF NACIONAL 2008 – CESGRANRIO

Segue a tabela de capitalização fornecida na prova

Fator de Acumulação de Capital

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125509	1,169859	1,215506	1,262477	1,310796	1,360489	1,411582	1,464100	1,573519	1,749006	1,938778
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216653	1,276282	1,338226	1,402552	1,469328	1,538624	1,610510	1,762342	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340096	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973823	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148686	1,229874	1,315932	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082857	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992563	2,143589	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195093	1,304773	1,423312	1,551328	1,689479	1,838459	1,999005	2,171893	2,357948	2,773079	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628895	1,790848	1,967151	2,158925	2,367364	2,593742	3,105848	4,045558	5,233836
11	1,115668	1,243374	1,384234	1,539454	1,710339	1,898299	2,104852	2,331639	2,580426	2,853117	3,478550	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425761	1,601032	1,795856	2,012196	2,252192	2,518170	2,812665	3,138428	3,895976	5,350250	7,287593
13	1,138093	1,293607	1,468534	1,665074	1,885649	2,132928	2,409845	2,719624	3,065805	3,452271	4,363493	6,152788	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512590	1,731676	1,979932	2,260904	2,578534	2,937194	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800944	2,078928	2,396558	2,759032	3,172169	3,642482	4,177248	5,473566	8,137062	11,973748
16	1,172579	1,372786	1,604706	1,872981	2,182875	2,540352	2,952164	3,425943	3,970306	4,594973	6,130394	9,357621	14,129023
17	1,184304	1,400241	1,652848	1,947900	2,292018	2,692773	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866041	10,761264	16,672247
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025817	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375454	19,673251
19	1,208109	1,456811	1,753506	2,106849	2,526950	3,025600	3,616528	4,315701	5,141661	6,115909	8,612762	14,231772	23,214436
20	1,220190	1,485947	1,806111	2,191123	2,653298	3,207135	3,869684	4,660957	5,604411	6,727500	9,646293	16,366537	27,393035

12. Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

(A) 1200,00
(B) 1224,00
(C) 1241,21
(D) 1368,03
(E) 2128,81

13. A taxa efetiva anual de 50%, no sistema de juros compostos, equivale a uma taxa nominal de **i** % ao semestre, capitalizada bimestralmente. O número de divisores inteiros positivos de **i** é

(A) 4
(B) 5
(C) 6
(D) 7
(E) 8

14. A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de um certo projeto.

Período (anos)	0	1	2
Valor (milhares de reais)	410	P	P

Para que a taxa interna de retorno anual seja 5%, o valor de P, em milhares de reais, deve ser

(A) 216,5
(B) 217,5
(C) 218,5
(D) 219,5
(E) 220,5

15. Um empréstimo de R$ 300,00 será pago em 6 prestações mensais, sendo a primeira delas paga 30 dias após o empréstimo, com juros de 4% ao mês sobre o saldo devedor, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor, em reais, da quarta prestação será

(A) 50,00
(B) 52,00
(C) 54,00
(D) 56,00
(E) 58,00

16. Júlio fez uma compra de R$ 600,00, sujeita à taxa de juros de 2% ao mês sobre o saldo devedor. No ato da compra, fez o pagamento de um sinal no valor de R$ 150,00. Fez ainda pagamentos de R$ 159,00 e R$ 206,00, respectivamente, 30 e 60 dias depois de contraída a dívida. Se quiser quitar a dívida 90 dias depois da compra, quanto deverá pagar, em reais?

(A) 110,00
(B) 108,00
(C) 106,00
(D) 104,00
(E) 102,00

17. Após a data de seu vencimento, uma dívida é submetida a juros compostos com taxa mensal de 8%, além de ser acrescida de uma multa contratual correspondente a 2% da dívida original. Sabendo-se que $\log_{10}2 = 0{,}30$ e $\log_{10}3 = 0{,}48$ e utilizando-se para todo o período o sistema de capitalização composta, determine o tempo mínimo necessário, em meses, para que o valor a ser quitado seja 190% maior do que a dívida original.

(A) 24
(B) 23,5
(C) 13
(D) 11,5
(E) 10

CEF ACRE 2008 – CESGRANRIO

18. A tabela abaixo apresenta o fluxo de caixa de um certo projeto.

Valor (Milhares de reais)	- 50	35	22
Período (anos)	0	1	2

A taxa interna de retorno anual é igual a

(A) 10% (B) 12%
(C) 15% (D) 18%
(E) 20%

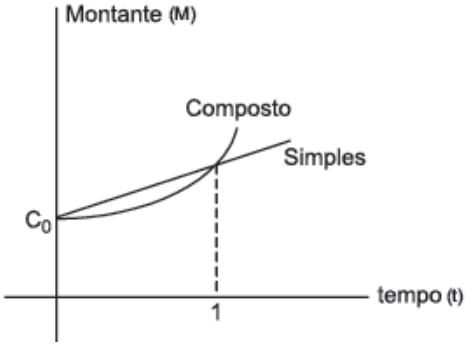
19. Um empréstimo de R$ 200,00 será pago em 4 prestações mensais, sendo a primeira delas paga 30 dias após o empréstimo, com juros de 10% ao mês, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). O valor, em reais, da terceira prestação será

(A) 50,00 (B) 55,00
(C) 60,00 (D) 65,00
(E) 70,00

20. Qual a taxa efetiva semestral, no sistema de juros compostos, equivalente a uma taxa nominal de 40% ao quadrimestre, capitalizada bimestralmente?

(A) 75,0% (B) 72,8%
(C) 67,5% (D) 64,4%
(E) 60,0%

21. O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t, na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.
Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a juros



(A) compostos, sempre.
(B) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
(C) simples, sempre.
(D) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
(E) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

22. Um título de valor nominal R$ 24.200,00 será descontado dois meses antes do vencimento, com taxa composta de desconto de 10% ao mês. Sejam D o valor do desconto comercial composto e d o valor do desconto racional composto. A diferença D – d, em reais, vale

(A) 399,00
(B) 398,00
(C) 397,00
(D) 396,00
(E) 395,00

BB 2006 – FCC

23. Um título de valor nominal igual a R$ 25 000,00 foi descontado por uma empresa 40 dias antes de seu vencimento, segundo a operação de desconto comercial simples, à taxa de desconto de 3% ao mês. Considerando a convenção do ano comercial, a empresa recebeu, no ato da operação,

(A) R$ 24 000,00
(B) R$ 23 850,00
(C) R$ 23 750,00
(D) R$ 23 500,00
(E) R$ 22 500,00

24. A taxa de inflação em um determinado país no ano de 2005 foi de 10%. Um investimento realizado neste mesmo período, neste país, que apresentou uma taxa real de juros negativa igual a –5%, foi efetuado a uma taxa de juros nominal igual a

(A) 4%
(B) 4,5%
(C) 5%
(D) 5,5%
(E) 6%

25. Uma pessoa deposita no início de cada mês R$ 5 000,00 em um banco que remunera os depósitos de seus clientes à taxa de juros nominal de 36% ao ano, com capitalização mensal. Após ter realizado o seu oitavo e último depósito decide que, após um mês, irá retirar mensalmente 5 parcelas iguais, esgotando totalmente seu crédito.

Dados referentes à taxa de juros compostos de 3% ao período para pagamentos iguais		
Períodos	Fator de Acumulação de Capital	Fator de Recuperação de Capital
4	4,18	0,27
5	5,31	0,22
6	6,47	0,19
7	7,66	0,16
8	8,89	0,14

Utilizando os dados da tabela acima, o valor de cada parcela a ser retirada é igual a

(A) R$ 9 779,00
(B) R$ 8 445,00
(C) R$ 7 112,00
(D) R$ 6 223,00
(E) R$ 6 128,00

26. Um televisor é vendido em uma loja onde o comprador pode escolher uma das seguintes opções:

I. R$ 5 000,00, à vista sem desconto.

II. R$ 1 000,00 de entrada e um pagamento no valor de R$ 4 500,00 em 1 (um) mês após a data da compra.

A taxa de juros mensal cobrada pela loja no pagamento da segunda opção, que vence em 1 (um) mês após a data da compra, é de

(A) 30%
(B) 25%
(C) 20%
(D) 15%
(E) 12,5%

27. Um empréstimo foi liquidado através de pagamentos de prestações, a uma taxa de juros positiva, corrigidas pela taxa de inflação desde a data da realização do referido empréstimo. Verificou-se que o custo efetivo da operação foi de 44% e a taxa de inflação acumulada no período foi de 25%. O custo real efetivo referente a este empréstimo foi de

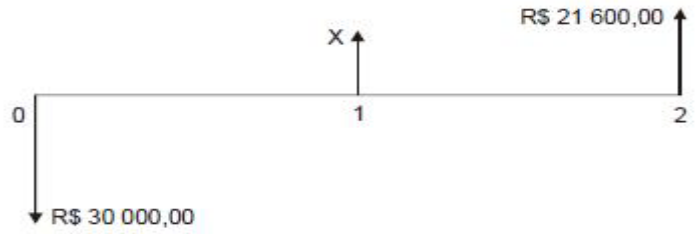
(A) 14,4%
(B) 15,2%
(C) 18,4%
(D) 19%
(E) 20%

28. Se uma empresa optar por um investimento, na data de hoje, receberá no final de 2 anos o valor de R$ 14 520,00. Considerando a taxa mínima de atratividade de 10% ao ano (capitalização anual), o valor atual correspondente a este investimento é

(A) R$ 13 200,00
(B) R$ 13 000,00
(C) R$ 12 500,00
(D) R$ 12 000,00
(E) R$ 11 500,00

29. O gráfico abaixo representa o fluxo de caixa referente a um projeto de investimento com a escala horizontal em anos.

Se a taxa interna de retorno correspondente é igual a 20% ao ano, então X é igual a



(A) R$ 21 600,00
(B) R$ 20 000,00
(C) R$ 18 000,00
(D) R$ 15 000,00
(E) R$ 14 400,00

BNDES 2009 – CESGRANRIO

OBS: Nesta prova foi fornecido a mesma tabela que encontra-se na página 65.

30. Uma aplicação financeira remunera o capital investido à taxa composta anual de 12% com capitalizações trimestrais. Aplicando-se R$ 2.000,00 nessas condições durante 12 meses, o montante, em reais, ao final do período, será de

(A) 2.180,00
(B) 2.240,00
(C) 2.260,00
(D) 2.320,00
(E) 2.350,00

31. Uma loja oferece duas opções de pagamento na compra de uma bicicleta: R$ 200,00 à vista, ou a prazo, em duas prestações mensais iguais de R$ 120,00, sendo a primeira delas paga no ato da compra. Tomando-se a opção de pagamento à vista como referência, a taxa mensal de juros cobrada pela loja na venda a prazo é

(A) 20%
(B) 25%
(C) 40%
(D) 50%
(E) 60%

BB (DISTRITO FEDERAL) 2006 – FCC

32. Três pessoas formaram, na data de hoje, uma sociedade com a soma dos capitais investidos igual a R$ 100 000,00. Após um ano, o lucro auferido de R$ 7 500,00 é dividido entre os sócios em partes diretamente proporcionais aos capitais iniciais investidos. Sabendo-se que o valor da parte do lucro que coube ao sócio que recebeu o menor valor é igual ao módulo da diferença entre os valores que receberam os outros dois, tem-se que o valor do capital inicial do sócio que entrou com maior valor é

(A) R$ 75 000,00
(B) R$ 60 000,00
(C) R$ 50 000,00
(D) R$ 40 000,00
(E) R$ 37 500,00

---

33. Uma empresa desconta em um banco um título com vencimento daqui a 4 meses, recebendo no ato o valor de R$ 19 800,00. Sabe-se que a operação utilizada foi a de desconto comercial simples. Caso tivesse sido aplicada a de desconto racional simples, com a mesma taxa de desconto anterior i (i > 0), o valor que a empresa receberia seria de R$ 20 000,00. O valor nominal deste título é de

(A) R$ 21 800,00
(B) R$ 22 000,00
(C) R$ 22 400,00
(D) R$ 22 800,00
(E) R$ 24 000,00

---

34. A taxa efetiva trimestral referente a uma aplicação foi igual a 12%. A correspondente taxa de juros nominal (i) ao ano, com capitalização mensal, poderá ser encontrada calculando:

(A) $i = 4 \cdot [(1{,}12)^{1/3} - 1]$
(B) $i = 12 \cdot [(1{,}12)^{1/4} - 1]$
(C) $i = 12 \cdot [(1{,}12)^{1/3} - 1]$
(D) $i = (1{,}04)^{12} - 1$
(E) $i = 12 \cdot [(0{,}04) \div 3]$

35. Um investidor realiza depósitos no início de cada mês, durante 8 meses, em um banco que remunera os depósitos de seus clientes a uma taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal. Os valores dos 4 primeiros depósitos foram de R$ 1 000,00 cada um e dos 4 últimos R$ 1 250,00 cada um. No momento em que ele efetua o oitavo depósito, verifica que o montante que possui no banco é M, em reais.

Fator de Acumulação de Capital (taxa de juros compostos de 2% ao período)		
Número de períodos	Pagamento único	Série de pagamentos iguais
1	1,02	1,00
2	1,04	2,02
3	1,06	3,06
4	1,08	4,12
5	1,10	5,20
6	1,13	6,31
7	1,15	7,43
8	1,17	8,58
9	1,20	9,76

Utilizando os dados da tabela acima, tem-se, então, que

(A) 10 300 < M
(B) 10 100 < M ≤ 10 300
(C) 9 900 < M ≤ 10 100
(D) 9 700 < M ≤ 9 900
(E) 9 500 < M ≤ 9 700

36. Uma pessoa assume, hoje, o compromisso de devolver um empréstimo no valor de R$ 15.000,00 em 10 prestações mensais iguais, vencendo a primeira daqui a um mês, à taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal. Sabe-se que foi utilizado o Sistema Francês de Amortização (Sistema Price) e que, para a taxa de juros compostos de 2% ao período, o Fator de Recuperação de Capital (10 períodos) é igual a 0,111. O respectivo valor dos juros incluídos no pagamento da segunda prestação é

(A) R$ 273,30
(B) R$ 272,70
(C) R$ 270,00
(D) R$ 266,70
(E) R$ 256,60

37. Um financiamento foi contratado, em uma determinada data, consistindo de pagamentos a uma taxa de juros positiva e ainda corrigidos pela taxa de inflação desde a data da realização do compromisso. O custo efetivo desta operação foi de 44% e o custo real efetivo de 12,5%. Tem-se, então, que a taxa de inflação acumulada no período foi de

(A) 16%
(B) 20%
(C) 24%
(D) 28%
(E) 30%

38. Uma empresa deverá escolher um entre dois projetos X e Y, mutuamente excludentes, que apresentam os seguintes fluxos de caixa:

Ano	Projeto X R$	Projeto Y R$
0	–D	–40 000,00
1	10 800,00	16 200,00
2	11 664,00	17 496,00

A taxa mínima de atratividade é de 8% ao ano (capitalização anual) e verifica-se que os valores atuais líquidos referentes aos dois projetos são iguais. Então, o desembolso D referente ao projeto X é igual a

(A) R$ 30 000,00
(B) R$ 40 000,00
(C) R$ 45 000,00
(D) R$ 50 000,00
(E) R$ 60 000,00

39. Considere o seguinte fluxo de caixa cuja taxa interna de retorno é igual a 10% ao ano:

Ano	Fluxo de Caixa R$
0	–25 000,00
1	0,00
2	X
3	17 303,00

O valor de X é igual a

(A) R$ 11 000,00
(B) R$ 11 550,00
(C) R$ 13 310,00
(D) R$ 13 915,00
(E) R$ 14 520,00

GABARITO

1	E	**2**	B	**3**	C	**4**	D
5	D	**6**	E	**7**	A	**8**	C
9	A	**10**	B	**11**	E	**12**	D
13	A	**14**	E	**15**	D	**16**	E
17	Anulada	**18**	A	**19**	C	**20**	B
21	E	**22**	B	**23**	A	**24**	B
25	A	**26**	E	**27**	B	**28**	D
29	C	**30**	C	**31**	D	**32**	C
33	B	**34**	C	**35**	E	**36**	B
37	D	**38**	A	**39**	E		

edgarabreu@edgarabreu.com.br

RESOLUÇÕES E COMENTÁRIOS

QUESTÃO 1

Resposta certa: letra E

Desconto de 10%: 100% - 10% = 90% → 0,90
Desconto de 5%: 100% - 5% = 95% → 0,95

Resolução COM fórmula:	Resolução SEM fórmula: (Ver exemplo 3.2.3)
$95 = 90 \times (1 + i \times 1)$ $95 = 90 + 90i$ $i = \frac{5}{90} = 0,056$ $i = 5,6\%$	$i = \frac{95}{90} = 1,056$ $i = 5,6\%$

QUESTÃO 2

Resposta certa: letra B

Dados:

- Valor Nominal (**N**) = 1.000,00
- Prazo (**T**) = 3 meses
- Taxa de Desconto (**i**) = 5% ao mês = 0,05

Resolução COM fórmula:	Resolução SEM fórmula:
$A = N \times (1 - i \times t)$ $A = 1.000 \times (1 - 0,05 \times 3)$ $A = 1.000 \times (0,85)$ $A = 850,00$	**1.** 5% de desconto ao mês é proporcional a 15% de desconto em 3 meses. **2.** 15% de desconto: 100% - 15% = 85% = 0,85 **3.** Calculando o valor do desconto, temos: **4.** R$ 1.000,00 x 0,85 = 850,00

QUESTÃO 3

Resposta certa: letra C

Dados:

- Valor Presente (**C**) = 100.000,00
- Prazo (**T**) = 100 meses

- Taxa de Desconto (**i**) = 1% ao mês = 0,01
- Sistema de Amortização Constante – SAC

Resolução

1. Calculo da Amortização inicial:	2. Calculo da Amortização dobrando o prazo:
$A_1 = \frac{\text{Capital}}{\text{Prazo}} = \frac{100.000}{100} = 1.000,00$	$A_2 = \frac{\text{Capital}}{\text{Prazo}} = \frac{100.000}{200} = 500,00$
$P_1 = A_1 + J_1 = 1.000 + (0,01 \times 100.000)$	$P_1 = A_1 + J_1 = 1.000 + (0,01 \times 100.000)$
$P_1 = 1.000 + (1.000) = 2.000,00$	$P_1 = 500 + (1.000) = 1.500,00$

Conclusão: A prestação irá reduzir de R$ 2.000,00 para R$ 1.500,00, portanto 25%

QUESTÃO 4

Resposta certa: letra D

Dados:

- Taxa Nominal (**i_n**) = 15,5% ao ano = 0,155
- Inflação (**I**) = 5% ao ano = 0,05
- Taxa Real (**i_r**) = ???

Resolução COM fórmula:	Resolução SEM fórmula:
$i_r = \frac{(1+i_n)}{(1+I)} = \frac{(1+0,155)}{(1+0,05)}$ $i_r = \frac{(1,155)}{(1,05)} = 1,10$ $i_r = 10\%$	**1.** Se o candidato lembrar que ao calcular uma taxa real o resultado será SEMPRE **um pouco inferior a subtração** das taxas nominal (aparente) pela inflação, logo irá concluir por eliminação que a resposta correta só pode ser a alternativa "D" = 10%.

QUESTÃO 5

Resposta certa: letra D

Vamos dividir esta questão em duas partes para resolvermos

Dados da primeira parte:

- Capital (**C**) : ??
- Prazo (**T**) : 8 meses = 8/12 (já que a taxa é dada ao ano)
- Taxa (**i**) : 15% ao ano = 0,15
- Montante: 13.200,00
- Modalidade : Juros Simples

Dados da segunda parte:

- Capital (**C**): C (Capital da primeira parte)
- Prazo (**T**): 2 anos
- Taxa (**i**) : 15% ao ano = 0,15
- Modalidade: Juros Composto

Resolução 1ª parte:	Resolução 2ª parte:
$M = C \times (1 + i \times t)$ $13.200 = C \times (1 + 0{,}15 \times \frac{8}{12})$ $13.200 = C \times (1{,}10)$ $C = \frac{13.200}{1{,}1} = 12.000{,}00$	$M = C \times (1+i)^t$ $M = 12.000 \times (1+0{,}15)^2$ $M = 12.000 \times (1{,}15)^2$ $M = 12.000 \times 1{,}3225 = 15.870{,}00$

QUESTÃO 6

Resposta certa: letra E

Vamos dividir esta questão em duas partes para resolvermos

Dados da primeira parte:

- Valor Atual (**A**) : 21.000,00
- Prazo (**T**) : 2 meses = 2/12 (já que a taxa é dada ao ano)
- Taxa (**i**) : 18% ao ano = 0,18
- Valor Nominal (**N**): ???
- Modalidade : **Desconto Racional** Simples

Dados da segunda parte:

- Valor Atual (**A**) : 21.000,00
- Prazo (**T**) : 5 meses = 5
- Taxa (**i**) : 2% ao mês = 0,18
- Valor Nominal (**N**): 2 x N (Dobro do Valor Nominal do primeiro título)
- Modalidade : **Desconto Comercial** Simples

Resolução 1ª parte:	Resolução 2ª parte:
$A = \frac{N}{(1+i\times t)}$ $21.000 = \frac{N}{(1+0,18\times\frac{2}{12})}$ $21.000 = \frac{N}{1,03}$ $N = 21.000\times 1,03 = 21.630,00$	$A = N\times(1-i\times t)$ $A = 43.260\times(1-0,02\times 5)$ $A = 43.260\times(0,90)$ $A = 38.934,00$

QUESTÃO 7

Resposta certa: letra E

Dados

- Valor Presente (**P.V**)= 80.000,00
- Quantidade de Prestações (**n**): 5 prestações mensais
- Taxa de juros (**i**): 3% ao mês = 0,03
- Valor da Prestação: 17.468,00
- Saldo devedor/Valor presente = ???

Maneira mais fácil de resolver esta questão

1. Capitalizar o saldo devedor até a data de vencimento da primeira parcela:

80.000 x 1,03 = 82.400,00

2. Descontar a parcela paga:

82.400,00 – 17.468,00 = 64.932,00

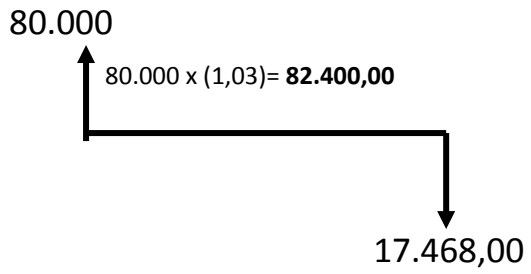
3. Calcular o percentual do saldo devedor pela dívida inicial contraída:

$$\frac{64.932}{80.000} = 0,811$$

aproximado 81,1%

Ou seja, alternativa "**A**"

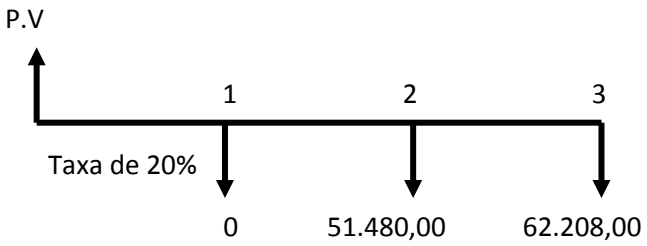
FLUXO DE CAIXA PARA VISUALIZAÇÃO:



QUESTÃO 8

Resposta certa: letra E

Fluxo de Pagamento



1. Trazer a primeira parcela a Valor Presente:

$$\frac{51.480}{(1,20)^2} = 35.750$$

2. Trazer a segunda parcela a Valor Presente:

$$\frac{62.208}{(1,20)^3} = 36.000$$

3. Somar as duas parcelas para encontrar o Valor Presente TOTAL:

$35.750 + 36.000 = 71.750,00$

QUESTÃO 9:

Resposta certa: letra A

Temos que pensar que tipo de problema temos aqui, temos dois investimentos, um teve lucro e outro prejuízo, logo temos que utilizar os fatores de capitalização e de descapitalização;

Renda fixa: Foi aplicado 40% do capital e com esse investimento teve um lucro de 20%:

1º passo: Achar as taxas unitárias:

$40\% = 40100 = 0{,}4$

$Lucro\ de\ 20\% = 100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1{,}2$

2º passo: Interpretar essa situação:

RF: 0,4x . 1,2 =0,48x

Na aplicação de renda fixa, este jovem ficou com 48% de seu capital.

Bolsa de Valores: Foi aplicado 60% de seu capital e nesse investimento ele teve um prejuízo de 10%;

1º passo: Achar as taxas unitárias:

$60\% = 60100 = 0{,}6$

$Prejuizo\ de\ 10\% = 100\% - 10\% = 90\% = 0{,}9$

2º passo: Interpretar essa situação:

BV: 0,6x . 0,9 = 0,54x

Na aplicação na bolsa de valores, este jovem ficou com 54% de seu capital.

Agora temos que somar os dois capitais após as aplicações e ver com quanto ele ficou.

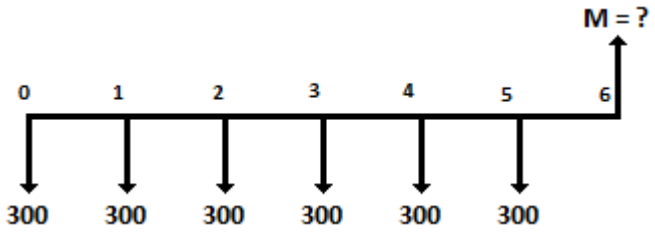
RF + BV = Total do capital ⟶ Total do Capital – Capital Inicial = Lucro/Prejuízo.

48% + 54% = 102% ⟶ 102% - 100% = 2% de lucro.

QUESTÃO 10:

Resposta certa: letra b

Primeiro temos que enxergar o fluxo de caixa dessa situação:



Agora como temos a tabela de fator de acumulação de Capital de uma série de pagamento, vamos verificar que fator temos que utilizar:
i = 5% → olhar tabela: coluna 5% e linha 6 (6 meses de depósitos) → FAC = 6,80

6 depósitos de R$ 300,00:

300 x FAC = 300 x 6,80 = 2040
Temos também que o saque é feito um mês após o último depósito, logo temos que capitalizar o valor encontrado:

M = PV.(1 + i.t) → M = 2040.(1,05) → M = 2142,00

O Montante é de R$ 2.142,00.

QUESTÃO 11:
Resposta certa: letra e

Temos um capital aplicado em 2 financeiras, temos que separar esse capital e fazer dois cálculos distintos:

Financeira Alfa:	Financeira Beta:
C = R$ 3000,00 i = 24% ano/bim t = 1 semestre.	C = R$ X i = 42% sem/mes t = 1 semestre

Primeiro temos que transformar as taxas:
ALFA: temos 6 bimestres no ano → 24 ÷ 6 = 4 → 4% bim/bim.
BETA: temos 6 meses em 1 semestre → 42 ÷ 6 = 7 → 7% mês/mês.

ALFA	BETA
$M = C.(1+i)n$ $M = 3000.(1+0{,}04)^3$ $M = 3000.(1{,}12) = 3360$	$M = C.(1+i)^n$ $M = x.(1+0{,}07)6$ M = 1,5x

Sei também que M(alfa) + M(beta) = 6000

3360 + 1,5x = 6000
1,5 x = 2640
x = 1760

Logo, sei que o capital inicial é de:
3000 + 1760 = 4760

Vamos descobrir a taxa de juros efetiva do período:

$M = C.(1+i)^1$

$6000 = 4760.1 + i$

$(1+i) = \frac{6000}{4760}$

$i = 1{,}26 - 1$

$i = 0{,}26$

Logo a taxa é de 26%

QUESTÃO 12:
Resposta certa: letra d

Como o depósito se inicia um mês após a operação, logo estamos diante de uma série **póstecipada**

Devemos multiplicar o valor dos depósitos pela F.A.C para 12 depósitos a uma taxa de 2%. Para isso devemos consultar o valor na tabela fornecida pela prova.

M = 100 x FAC (12,2%)
M = 100 x 13,412 = 1.341,20

Como ele deseja o saldo um mês depois do ultimo depósito devemos multiplicar o montante encontrado por 1,02 para captalizarmos mais um periodo. Logo o montade desejado será de:

M = 1.341,20 x 1,02 = 1.368,03

QUESTÃO 13:

Resposta certa: letra a

Temos a tabela da prova que nos auxilia no cálculo dessa taxa:

50% ano/ano → x % sem/bim.

1º passo: passar a taxa para bim/bim.

50 % → $(1+0{,}50)16 \rightarrow (1{,}5)16 = 1{,}07$ → 7 % bim/bim

2º passo: passar a taxa para sem/bim.

Quantos bimestres tenho em um semestre: 3

7 x 3 = 21

Logo:

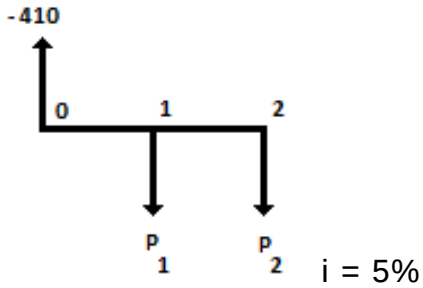
50% ano/ano → 21 % sem/bim.

D(21) = { 1, 3, 7, 21}

QUESTÃO 14:

Resposta certa: letra e

Primeiro vamos enxergar o fluxo de caixa:



1º passo: levar o momento 0 ao 1:

410 x 1,05 = 430,50

2º passo: como sabemos que as parcelas "P" são iguais, vamos trazer o momento 2 para o 1 também:

Temos: $\frac{P_2}{(1{,}05)}$

Daí podemos calcular:

$$430{,}50 = P + P1{,}05$$

Calculando o MMC temos:

$$452{,}02 = (1{,}05)$$

$$2{,}05P = 452{,}02$$

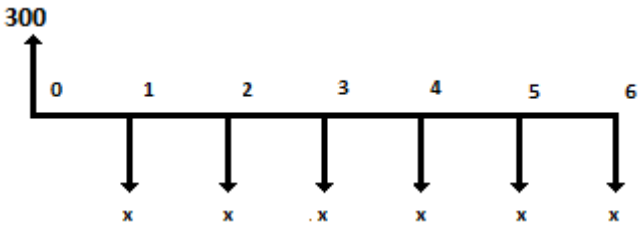
$$P = 220{,}50$$

Logo a parcela P é a igual a R$ 220,50.

QUESTÃO 15:

Resposta certa: letra d

Primeiro vamos enxergar o fluxo de caixa:



Como temos um (SAC) sabemos que a amortização é constante, todo mês amortizamos o mesmo valor, logo vamos calcular quanto será amortizado em cada prestação:

$$Amort. = \frac{300}{6} = 50$$

Como queremos saber qual o valor em reais da 4ª parcela, temos que calcular quanto foi amortizado até a 3ª parcela:

3 x 50 = 150 reais.

Portanto a dívida na quarta parcela é dada pela equação:

$$P4 = 150\ x\ 0{,}04 + 50 = 6 + 50 = 56\ reais$$

Para entendermos a equação acima, temos que entender que sobre o saldo devedor incide o juros de 4 % dada no exercício.

QUESTÃO 16:
Resposta certa: letra e

Primeiro vamos enxergar o fluxo de caixa:

i = 2%

Vamos levar o valor da compra até o momento 3, que é o qual queremos descobrir, para isso vamos amortizando conforme os valores pagos nos momentos 0, 1 e 2.

Momento 0: 600 – 150 = 450
Momento 1: 450 x 1,02 = 459 – 159= 300
Momento 2: 300 x 1,02 = 306 – 206 = 100
Momento 3: 100 x 1,02 = 102 reais.

Logo para quitar a dívida após 90 dias o valor a pagar é de 102 reais.

QUESTÃO 17:
Resposta certa: **anulada**

Esta questão foi anulada, pelo fato do candidato encontrar duas soluções diferentes para sua resposta. Dependia da maneira de resolver, por logarítimo ou utilizando a tabela.

Devemos descobrir qual o prazo que um capital demora para aumentar em 190% a uma taxa de 8%.
Lembrando que o capital sofrerá uma multa de 2% assim vamos trabalhar com o capital igual a 102 (100 + 2% de multa) e montante igual a 290 (100 do capital original + 190% de acréscimo)
Logo:

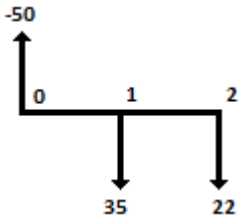
$$M = C \times (1+i)^t \qquad 290 = 102 \times (1+0,08)^t$$

$$1,08^t = \frac{290}{102} \qquad 1,08^t = 2,8431$$

Olhando na tabela fornecida pela prova verificamos que este valor deve ser superior a 13 meses e inferior a 14 meses. Logo não consta alternativa correta.

QUESTÃO 18:

Resposta certa: letra a



Esta questão é complicada pois temos que calcular esta taxa através de interpolação, mas como temos alternativas vamos testá-las, já que se cair questões desse tipo em concursos públicos, eles darão as taxas para testarmos qual delas irá zerar nosso fluxo de caixa:

Temos como alternativas: 10%, 12%, 15%, 18% e 20%.

Temos que testar a alternativa com a taxa do meio das apresentadas:

1º teste: 15%

Vamos levar a entrada de (-50) para os momentos 1 e 2.

1- 50 x 1,15 = 57,50 – 35 = 22,50, como vamos capitalizar novamente esse valor vai passar dos 22 reais do momento 2.

2º teste: 10%

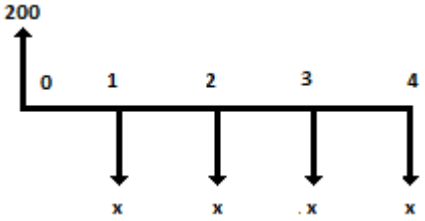
1- 50 x 1,10 = 55 – 35 = 20;
2- 20 x 1,10 = 22 – 22 = 0;

Portanto a taxa interna de retorno é de 10% para esse Fluxo de Caixa deste projeto.

QUESTÃO 19:

Resposta certa: letra c

Primeiro vamos enxergar esse fluxo de caixa:



Como temos um (SAC) sabemos que a amortização é constante, todo mês amortizamos o mesmo valor, logo vamos calcular quanto será amortizado em cada prestação:

$$Amort. = \frac{200}{4} = 50$$

Como queremos saber qual o valor em reais da 4ª parcela, temos que calcular quanto foi amortizado até a 2ª parcela:

2 x 50 = 100 reais.

Portanto a dívida na quarta parcela é dada pela equação:

$$P2 = 100\ x\ 0{,}10 + 50 = 10 + 50 = 60\ reais$$

Para entendermos a equação acima, temos que entender que sobre o saldo devedor incide o juros de 10% dada no exercício.

QUESTÃO 20:

Resposta certa: letra b

40 % quad/bim → x % sem.

Primeiro vamos passar a taxa para uma taxa bim/bim.

40 ÷ 2 = 20

Agora:

20 % bim → x % sem

Para resolver, temos que saber que em um semestre temos 3 bimestres.

$$(1 + 0{,}2)^3 = (1{,}2)^3 = 1{,}728$$

A taxa de 72,80 % sem.

QUESTÃO 21:

Resposta certa: letra e

Primeiro passo é entendermos que credor é quem recebe, e devedor e quem deve.

Vamos analisar todas as alternativas:

a) Não poderia pois podemos ver no gráfico que para período menor que 1 o montante a juros simples é maior que o montante a juros composto.
b) Idem a explicação da letra a
c) Se analisarmos o gráfico após o período 1, o montante a juros composto é maior do que o montante no juros simples.
d) Idem a explicação da letra c
e) Sim - para período menor que 1 o montante a juros simples é maior que o montante a juros composto.

QUESTÃO 22:
Resposta certa letra b

Queremos saber a diferença entre desconto comercial composto (D) e desconto racional composto (d). Para sabermos isso temos que calcular os dois.

VN = 24200,00
t = 2 meses
i = 10% ao mês

D → $A = N\,x\,(1-i)^n$
A=24200 x 1−0,12
$A = 19602$

d → $A = \frac{N}{(1+i)^t}$
A= 242001,21=20000

Queremos saber: D – d = 20000 – 19602 = 398 reais.

QUESTÃO 23:
Resposta certa: letra a

Temos desconto comercial simples:

VN = 25000
t = 40 dias = 1,333 meses.
i = 3 % am.

A = N x (1 - i.t)
A = 25000.(1 – 0,03x1,3333)
A = 25000 x 0,96 = 24000

QUESTÃO 24:
Resposta certa: Letra b

Quando o problema envolve taxa de inflação relacionando com investimento temos que utilizar, taxa aparente (nominal) e taxa real.
Para resolver temos que usar a seguinte fórmula, que faz a divisão da taxa aparente pela inflação:

$(1+taxa\ aparente)(1+inflação)= Taxa\ Real$

Vamos substituir os dados que temos na fórmula a ser utilizada:

$$Inflação\ de\ 10\% = 100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1{,}10$$

$Taxa\ Real\ de\ 5\%=100\%-5\%=95\%=95100=0{,}95$

$$\frac{x}{1{,}1} = 0{,}95$$

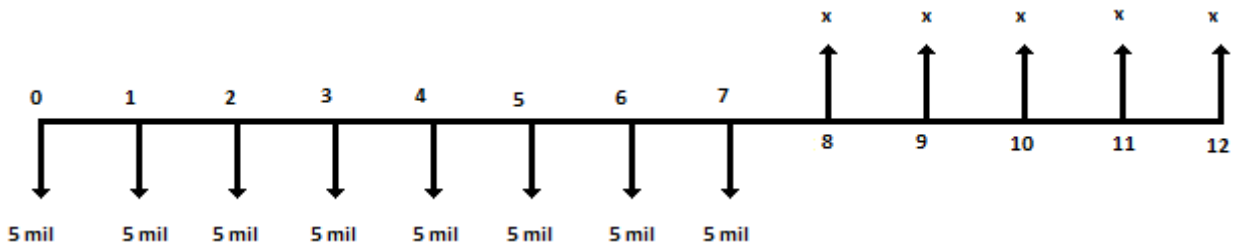
$$x = 1{,}045$$

Taxa Real = 1,045 -1 = 0,045 x 100 = 4,5%

QUESTÃO 25:
Resposta certa: letra a

Vamos identificar as informações que temos e montar o fluxo de caixa desta situação:

8 parcelas de 5 mil reais
i = 36% a.a/mês
após 1 mês do último depósito, vai realizar 5 saques iguais de “x” reais.



Primeiro vamos ajustar a taxa, sabendo que em um ano temos 12 meses:
36 ÷ 12 = 3

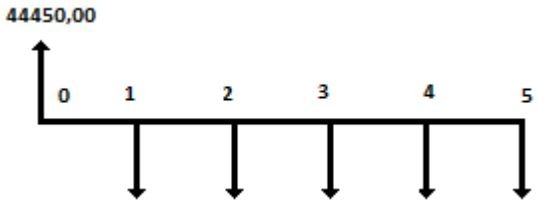
36% a.a/mês → 3% a.m

Agora utilizando a tabela dada para resolução do problema:

Fator de acumulação:

5000,00 x 8,89 = R$ 44450,00

Agora temos que enxergar um novo fluxo de caixa:



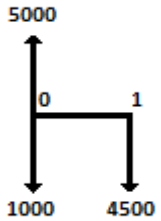
Fator de Recuperação:

44450 x 0,22 = 9779,00

QUESTÃO 26:

Resposta certa: letra e

Vamos ver o fluxo de caixa dessa compra na situação II:



n = 1 mês

Logo temos que capitalizar o valor restante (Valor Total – Entrada) para 1 mês.

4500 = 4000 x (1 + i.1)
4500 = 4000 + 4000i
4000 i = 4500 – 4000
4000 i = 500

$i = 5004000 = 0{,}125$

i = 12,5 %

QUESTÃO 27:

Resposta certa: letra b

$$Taxa\ real = \frac{1 + aparente}{1 + inflação}$$

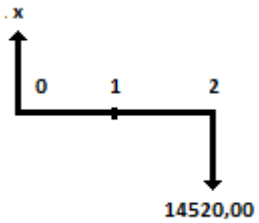
$$Taxa\ real = \frac{1{,}44}{1{,}25} = 1{,}152$$

Logo temos uma taxa real de 15,2 %

QUESTÃO 28:

Resposta certa: letra d

Vamos ver o fluxo de caixa dessa situação:



i = 10% a.m.

Agora temos que descapitalizar o valor do momento 2 para o momento 0.

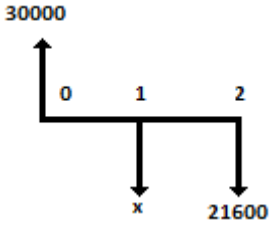
$x = 14520(1{,}10)2 = 145201{,}21 = 12000$

Logo o valor ao investimento atual é de R$ 12000,00.

QUESTÃO 29:

Resposta certa: letra c

Vamos enxergar o fluxo de caixa nessa situação:



i = 20 %

1) Vamos capitalizar o investimento para o momento 1: 3000 x 1,2 = 36000,00
2) Agora vamos trazer para o momento um o retorno dado no momento 2:

$$\frac{21600}{1{,}2} = 18000$$

Agora e só subtrairmos as setas de sentido contrário que estão no momento 1:

X = 36000 – 18000 = 18000

QUESTÃO 30:

Resposta certa: letra c

Dados do problema:
Aplic: 2000,00
i = 12% a.a/trim
n = 12 meses

Primeiro temos que ajustar o prazo a taxa:

12% a.a/trim → 3% trim/trim.

n = 12 meses → n = 4 trimestres.

Agora aplicamos a fórmula de capitalização composta:

$$M = C\ x\ 1 + in$$

$M = 2000\ x\ (1 + 0{,}03)^4$ (utilizamos a tabela dada na prova)

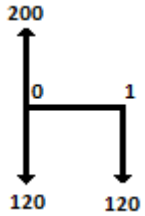
$$M = 2000\ x\ 1{,}13 = 2260$$

Logo o montante no final do período será de R$ 2260,00.

QUESTÃO 31:

Resposta certa: letra d

Vamos ver o fluxo de caixa para entender melhor a situação:



i = x %

Vamos levar o valor restante do total da bicicleta menos a entrada e levá-lo até o momento 1:
200 – 120 = 80

80 x (1 + i) = 120
80 + 80i = 120
80i = 120 – 80
$i=4080=0,5$
i = 50%

O juros cobrado na loja para uma venda a prazo é de 50 %.

QUESTÃO 32:
Resposta certa: letra c

Sabemos que temos 3 sócios, e que a relação entre os investimentos deles é a seguinte:

X: Sócio Majoritário.
Y: Sócio Intermediário.
Z: Sócio Minoritário.

1: X – Y = Z
2 : X = Z + Y

Sabemos que a soma dos três investidores é de 100%, podemos deduzir:

X + Y + Z = 100% - vamos substituir a expressão (1) no problema.
X + Y + (X – Y) = 100%
2 X = 100 %
X = 50 %

Logo o investidor inicial dispunha do 50 % do valor total investido, ou seja, R$ 50000,00

QUESTÃO 33:
Resposta Certa: letra b

D → $A = N\,x\,(1 - i.t)$
$19800 = N\,x\,(1 - i.t)$
$19800 = N - 4Ni$

d → $A = \frac{N}{(1+i.t)}$
N = 20000 . (1 + i.4)
N = 20000 + 80000 i

Como sabemos que o valor nominal é o mesmo, vamos substituir o valor de N de uma em outra.

19800 = (20000 + 80000 i) – 4(20000 + 80000i)i
19800 = 20000 + 80000i – 80000i – 320000i^2

320000i^2 = 20000 – 19800

$$i2 = 200320000$$

$$i^2 = 0{,}000625$$
$$i = \sqrt{0{,}000625}$$
$$i = 0{,}025 \rightarrow i = 2{,}5\ \%$$

Sabendo a taxa podemos usar qualquer uma das fórmulas acima.

N = 20000 + 80000 x 0,025 → N = 22000

QUESTÃO 34:
Resposta certa: letra c

Efetiva trimestral:
12% trim/trim → x % mês/mês

$(1+0{,}12)13$
$(1{,}12)^{\frac{1}{3}}$
Temos a taxa de **[(1,12)13 - 1]** % mês/mês.

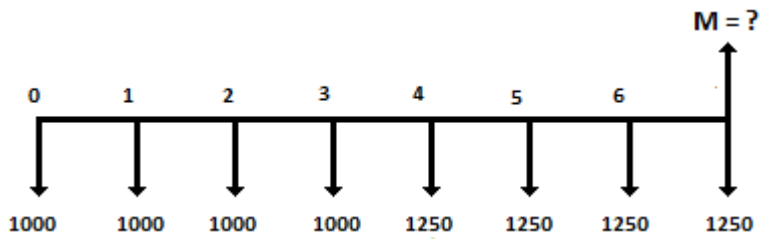
[$(1{,}12)^{\frac{1}{3}}$ - 1] % a.m. → x % ano/mês

Temos que multiplicar por 12:

12 x **[(1,12)13 - 1]**

QUESTÃO 35:

Resposta Certa: letra e



i = 24 % a.a/mês → 24 ÷12 = 2 → 2 % a.m/mês

Vamos capitalizar os 4 depósitos de 1000, usando a tabela fornecida:
1000 x 4,12 = 4120,00

Agora levamos até o momento 7, onde queremos saber o montante:
4120 x 1,08 = 4449,60

Agora , vamos capitalizar os depósitos de 1250,00 até o 4º depósito:
1250,00 x 4,12 = 5150,00

Vamos somar os dois montantes:

5150,00 + 4449,60 = 9599,60

QUESTÃO 36:

Resposta Certa: letra b

Sistema PRICE: Prestações constantes.
Empréstimo: R$ 15.000,00
n = 10 prestações (1ª após 1 mês).
i = 24% ano/mês → 24 ÷ 12 = 2 → 2% mês/mês.
FRC = 0,111 (para o período)
P = 15000 x 0,111 = R$ 1665,00

Vamos montar a tabela para entender o cálculo:

n	Parcela	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	15000
1	1665,00	300	1365,00	13635
2	1665,00	272,60		

Juros (1ª parc) = 15000,00 x 0,02 = 300,00
Juros (2ª parc) = 13635,00 x 0,02 = 272,70

QUESTÃO 37:

Resposta Certa: letra d

$$(1+taxa\quad aparente)(1+inflação)= Taxa\ Real$$

Taxa aparente: 44 %
Inflação: ?
Real: 12,5 %

Usando a fórmula:

$$\frac{(1+0{,}44)}{(1+inflação)} = 1{,}125$$

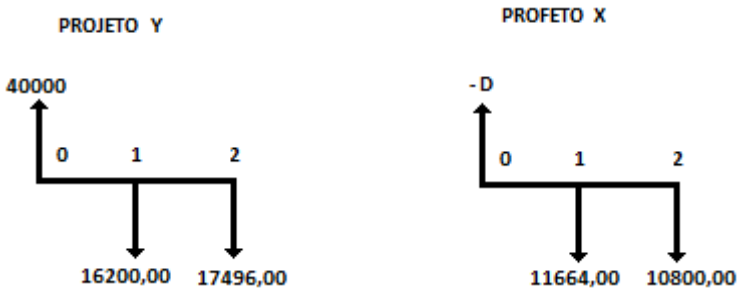
$1+inflação=1{,}441{,}125=$ 1,28

A taxa de inflação é de 28 % no período.

QUESTÃO 38:

Resposta certa: letra a

Vamos primeiro ver os fluxos de caixa dos dois projetos:



i = 8% a.a

Vamos antecipar as parcelas para o momento zero no projeto Y.

$$\frac{17496}{(1{,}08)^2} = 15000$$

$162001{,}081 = 15000$

P + P = 15000 + 15000 = 30000

J = 40000 – 30000 = 10000

Vamos antecipar as parcelas para o momento zero no projeto X.

$$\frac{11664}{(1{,}08)^2} = 10000$$

$108001{,}081 = 10000$

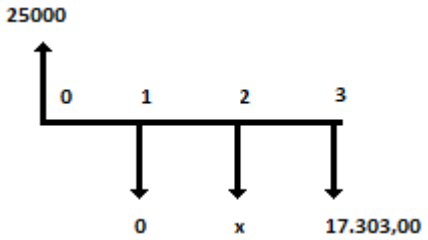
P + P = 10000 + 10000 = 20000

X = 20000 + 10000 = 30000.

QUESTÃO 39:

Resposta Certa: letra e

Vamos ver o fluxo de caixa dessa situação:



i = 10 %a.a

1º Passo: levar o valor inicial para o momento 2, onde está o "x".

$$25000\ x\ (1{,}10)^2 = 25000\ x\ 1{,}21 = 30250{,}00$$

2º Passo: Trazer o valor do momento 3 para o momento 2.

$$\frac{17303}{1{,}1} = 15730{,}00$$

X = 30250 – 15730 = 14520,00

edgarabreu@edgarabreu.com.br

OUTRAS QUESTÕES DE CONCURSO CESPE

1. **Se, ao descontar uma promissória com valor de face de R$ 5.000,00, seu detentor receber o valor de R$ 4.200,00, e se o prazo dessa operação for de 2 meses, então a taxa mensal de desconto simples por fora será igual a**
   a) 5%.
   b) 6%.
   c) 7%.
   d) 8%.
   e) 9%

2. **Uma dívida no valor de R$ 10.000,00, contraída pelo sistema francês de amortização (tabela Price), com juros de 1,29% ao mês, será paga em 4 prestações mensais. Nesse caso, considerando-se 0,95 como valor aproximado de $1{,}0129^{-4}$, cada prestação ser igual a**
   a) R$ 2.620,00.
   b) R$ 2.610,00.
   c) R$ 2.600,00.
   d) R$ 2.590,00.
   e) R$ 2.580,00.

3. **Em uma pesquisa de opinião, foram entrevistados 2.400 eleitores de determinado estado da Federação, acerca dos candidatos A, ao Senado Federal, e B, à Câmara dos Deputados, nas próximas eleições. Das pessoas entrevistadas, 800 votariam no candidato A e não votariam em B, 600 votariam em B e não votariam em A e 600 não votariam em nenhum desses dois candidatos. Com base nessa pesquisa, a probabilidade de um eleitor desse estado, escolhido ao acaso,**
   a) votar no candidato B e não votar no candidato A será igual a 1/3
   b) votar em apenas um desses dois candidatos será igual a 0,5.
   c) não votar no candidato A será igual a . 1/3
   d) votar no candidato A ou no candidato B será igual a 0,75.
   e) votar nos candidatos A e B será igual a 0,2.

4. **Se a quantia de R$ 5.000,00, investida pelo período de 6 meses, produzir o montante de R$ 5.382,00, sem se descontar a inflação verificada no período, e se a taxa de inflação no período for de 3,5%, então a taxa real de juros desse investimento no período será de**
   a) 4,5%.
   b) 4%.

c) 3,5%.
d) 3%.
e) 2,5%

5. Um computador é vendido em 8 prestações mensais, consecutivas e iguais a R$ 350,00. Os juros cobrados no financiamento desse computador correspondem a juros compostos mensais de 7% sobre o preço à vista. Nesse caso, considerando-se 0,582 como valor aproximado para $1,07^{-8}$, se a primeira prestação for paga um mês após a compra, o preço à vista do computador será igual a

a) R$ 2.050,00.
b) R$ 2.060,00.
c) R$ 2.070,00.
d) R$ 2.080,00.
e) R$ 2.090,00

6. Na negociação de uma dívida no valor de R$ 10.000,00, o credor ofereceu as seguintes opções para o devedor.

I. Pagar toda a dívida, no ato da negociação, com desconto de 1,8% sobre o valor da dívida.
II. Pagar em 2 prestações mensais, iguais e consecutivas, sem desconto, com a primeira prestação vencendo depois de 2 meses da negociação.
III. Pagar em 3 prestações mensais, iguais e consecutivas, sem desconto, com a primeira prestação vencendo um mês após a negociação.
IV. Pagar em 4 prestações mensais, iguais e consecutivas, sem desconto, com a primeira prestação vencendo no ato da negociação.

Considerando 0,99, 0,98 e 0,97 como valores aproximados para $1,01^{-1}$, $1,01^{-2}$ e $1,01^{-3}$, respectivamente, e supondo que o devedor poderá aplicar, no ato da negociação e a juros compostos de 1% ao mês, quantias necessárias ao pagamento da dívida, assinale a opção correta.

a) Para o devedor, a opção III é financeiramente mais vantajosa que a II.
b) Para ter quantias suficientes para pagar as prestações ao escolher a opção III, o devedor deverá aplicar, no ato da negociação, R$ 9.750,00.
c) Se escolher a opção I, o devedor desembolsará R$ 9.800,00 no ato da negociação.
d) A opção mais vantajosa financeiramente para o devedor é a I.
e) A opção menos vantajosa financeiramente para o devedor é a IV.

7. Um cliente tomou R$ 20.000,00 emprestados de um banco que pratica juros compostos mensais, e, após 12 meses, pagou R$ 27.220,00. Nesse caso, considerando 1,026 como valor aproximado para , é correto afirmar que a taxa de juros $1{,}361^{1/12}$ nominal, anual, praticada pelo banco foi igual a

a) 30,2%.
b) 31,2%.
c) 32,2%.
d) 33,3%.
e) 34,2%

---

8. Saul e Fred poderão ser contratados por uma empresa. A probabilidade de Fred não ser contratado é igual a 0,75; a probabilidade de Saul ser contratado é igual a 0,5; e a probabilidade de os dois serem contratados é igual a 0,2. Nesse caso, é correto afirmar que a probabilidade de

a) pelo menos um dos dois ser contratado é igual a 0,75.
b) Fred ser contratado é igual a 0,5.
c) Saul ser contratado e Fred não ser contratado é igual a 0,3.
d) Fred ser contratado e Saul não ser contratado é igual a 0,1.
e) Saul não ser contratado é igual a 0,25.

---

9. Antônio fez os dois investimentos seguintes, em que ambos pagam juros compostos de 3% ao mês.

I. Três depósitos mensais, consecutivos e iguais a R$ 2.000,00; o primeiro foi feito no dia 1.º/3/2009.
II. Dois depósitos mensais, consecutivos e iguais a R$ 3.000,00; o primeiro foi feito no dia 1.º/3/2009.

Considerando que M1 e M2 sejam, respectivamente, os montantes das aplicações I e II na data do terceiro depósito correspondente ao investimento I, assinale a opção correta.

a) M2 – M1 = R$ 90,90.
b) M2 – M1 = R$ 45,45.
c) M2 = M1.
d) M1 – M2 = R$ 45,45.
e) M1 – M2 = R$ 90,90

10. Uma instituição financeira capta investimentos oferecendo a taxa interna de retorno de 5% ao mês. Se, ao investir determinada quantia, um investidor fez duas retiradas, uma no valor de R$ 10.500,00 um mês após a data do depósito, e outra, no valor restante de R$ 11.025,00, dois meses após o depósito, então o valor investido foi igual a

a) R$ 18.000,00.
b) R$ 18.500,00.
c) R$ 19.000,00.
d) R$ 19.500,00.
e) R$ 20.000,00.

Em uma cidade, 1.000 habitantes foram entrevistados a respeito de suas relações com os bancos A e B. Dos entrevistados, 450 eram correntistas apenas do banco A, 480 eram correntistas do banco B, 720 eram correntistas de apenas um desses bancos e o restante não era correntista de nenhum desses 2 bancos. A respeito dessa pesquisa, é correto afirmar que a probabilidade de um dos entrevistados

11. ser correntista dos 2 bancos é superior a 0,20.

12. não ser correntista de nenhum dos bancos é igual a 0,08.

13. ser correntista apenas do banco B é inferior a 0,25.

Um estudo constatou que a população de uma comunidade é expressa pela função $P(t) = 5.000e^{0,18t}$, em que P(t) é a população t anos após a contagem inicial, que ocorreu em determinado ano, e considerado t = 0. Com referência a esse estudo e considerando 1,2 e 1,8 como os valores aproximados para $e^{0,18}$ e ln 6, respectivamente, julgue os itens a seguir.

14. A população será de 30.000 indivíduos 5 anos após a contagem inicial.

15. Um ano após a contagem inicial, a população da comunidade aumentou em 20%.

Tendo em vista que um empréstimo no valor de R$ 32.000,00, que foi entregue no ato, sem prazo de carência, será amortizado pelo sistema Price, à taxa de juros de 60% ao ano, em 8 prestações mensais e consecutivas, e considerando 0,68 e 1,80 valores aproximados para $1{,}05^{-8}$ e $1{,}05^{12}$, respectivamente, julgue os itens subsequentes.

16. Se o saldo devedor após o pagamento de segunda prestação for de R$ 25.030,00, então o saldo devedor após o pagamento da terceira prestação será inferior a R$ 21.250,00.

17. A taxa efetiva anual do empréstimo é superior a 75%.

18. A amortização correspondente à primeira prestação será superior a R$ 3.500,00.

Acerca de juros e taxas de juros, julgue os itens a seguir.

19. Se o capital de R$ 5.000,00 for aplicado por 3 anos, à taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização trimestral, o juro auferido por essa aplicação, em reais, ao final do período, será igual a $5.000 \times (1{,}04^{12} - 1)$.

20. No regime de juros simples, as taxas de 3% ao mês e 36% ao ano, aplicadas sobre o capital de R$ 100,00 e pelo prazo de dois anos, são proporcionais, pois ambas produzem o montante de R$ 172,00.

21. Se um investidor aplicar a quantia de R$ 500,00 em uma instituição financeira, pelo prazo de 2 anos, à taxa de juros simples de 4% ao ano, e, ao final desse prazo, ele reinvestir todo o montante recebido na mesma aplicação, por mais 2 anos e nas mesmas condições iniciais, então, ao final desses 4 anos, esse investidor receberá o montante de R$ 580,00.

22. Se uma aplicação de R$ 10.000,00 pelo período de um ano produzir juros no valor de R$ 3.200,00, e se a inflação nesse período for de 20%, então a taxa de juros real da aplicação nesse período será inferior a 11%.

23. O montante produzido pela aplicação de R$ 1.000,00 em uma instituição financeira, em 2 anos, à taxa de juros compostos de 10% ao ano, será de R$ 1.210,00 na data do resgate.

Uma agência bancária, ao emprestar a quantia de R$ 60.000,00 a uma empresa, entregou o valor no ato e concedeu à empresa 3 anos de carência, sem que os juros desse período ficassem capitalizados para serem pagos posteriormente. Com base nessa situação e sabendo que esse empréstimo será pago pelo sistema de amortização constante (SAC), em 3 anos e à taxa de juros de 10% ao ano, julgue os itens subsecutivos.

24. O valor da última prestação a ser paga será superior a R$ 23.500,00.

25. No período de carência, a empresa nada pagará ao banco.

26. O total de juros pagos será superior a R$ 23.000,00

Julgue os itens seguintes, referentes a taxa de retorno e avaliação de alternativas de investimento.

27. Considerando que o financiamento de R$ 5.000,00, à taxa de juros compostos de 2% ao mês e pagamento em duas parcelas mensais, tenha permitido a implantação de um projeto com retorno de R$ 4.000,00 em cada um dos dois meses, e adotando 0,98 e 0,96 como valores aproximados de $1{,}02^{-1}$ e $1{,}02^{-2}$, respectivamente, é correto afirmar que o valor presente líquido do referido projeto será superior a R$ 2.750,00.

28. A escolha de um projeto envolve a comparação das alternativas de investimento e dos parâmetros de rentabilidade. Nesse sentido, um projeto será financeiramente recomendável em relação a outros investimentos se a taxa mínima de atratividade for superior à taxa interna de retorno.

29. Considerando que o investimento de R$ 4.000,00 tenha rendido o pagamento de R$ 3.000,00 ao final do primeiro mês e R$ 3.000,00 ao final do segundo mês, e que 7,55 seja o valor aproximado para então a taxa interna de retorno desse investimento foi superior a 35% ao mês.

GABARITO							
1	D	**2**	E	**3**	D	**4**	B
5	E	**6**	E	**7**	B	**8**	C
9	A	**10**	E	**11**	C	**12**	E
13	E	**14**	E	**15**	C	**16**	E
17	C	**18**	E	**19**	E	**20**	C
21	E	**22**	C	**23**	C	**24**	E
25	E	**26**	C	**27**	C	**28**	E
29	E						